

## HY430 – Εργαστήριο Ψηφιακών Κυκλωμάτων

Διδάσκων: Χ. Σωτηρίου, Βοηθός: (θα ανακοινωθεί)

<http://inf-server.inf.uth.gr/courses/CE430/>

I

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

1<sup>η</sup> διάλεξη – Παρουσίαση του μαθήματος

## Περιεχόμενα

---

- ▶ **Κυκλώματα Πρόσθεσης**

- ▶ Half-adder
- ▶ Full-Adder
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead

- ▶ **Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού**

- ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
- ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
- ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
- ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products

- ▶ **Διαίρεση**

## Περιεχόμενα

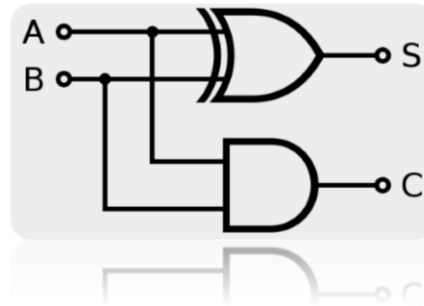
---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ **Half-adder**
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

## Αθροιστής χωρίς Κρατούμενο – Half Adder

a	b	co	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$s = a'b + ab' = a (+) b$$
$$co = ab$$



▶ 4

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Το Λογικό Βάθος (Λ.Β.) για το Άθροισμα  $s$  και κρατούμενο  $co$  είναι 2 και 1 αντίστοιχα.

ΠΡΟΣΟΧΗ: οι πύλες XOR ΔΕΝ χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του Λογικού Βάθους, αλλά μόνο οι 2 βασικές πράξεις and, or.

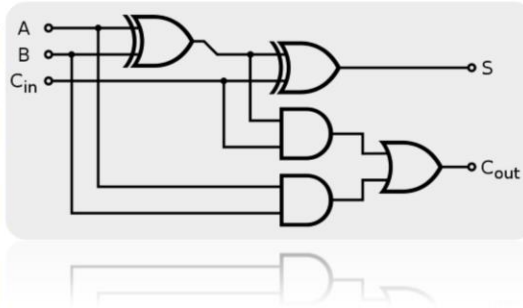
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ **Full-Adder**
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

## Αθροιστής με Κρατούμενο – Full Adder

a	b	ci	co	s
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



$$\begin{aligned}
 s &= a'b'ci + a'bci' + ab'ci' + abci = \\
 &= ci(a'b' + ab) + ci'(a'b + ab') = \\
 &= ci(a \oplus b) + ci'(a \oplus b) = a \oplus b \oplus ci \\
 co &= a'bci + ab'ci + abci' + abci = \\
 &= ab(ci + ci') + ci(a'b + ab') = ab + ci(a \oplus b)
 \end{aligned}$$

► 6

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Το Λογικό Βάθος (Λ.Β.) για το Άθροισμα  $s$  και κρατούμενο  $co$  είναι 4 και 4 αντίστοιχα.

## Έμμεση Υλοποίηση και Σήματα

a	b	ci	co	s	κρατούμενο
0	0	0	0	0	αναίρεση
0	0	1	0	1	αναίρεση
0	1	0	0	1	προώθηση
0	1	1	1	0	προώθηση
1	0	0	0	1	προώθηση
1	0	1	1	0	προώθηση
1	1	0	1	0	ανάθεση
1	1	1	1	1	ανάθεση

▶ Σε κάποιες υλοποιήσεις αθροιστών οι έξοδοι (s, co) προκύπτουν από έμμεσες εκφράσεις:

▶  $G = A \cdot B$

▶  $D = A' \cdot B'$

▶  $P = A + B$  ή

▶  $P = A (+) B$

▶ Έτσι, οι εκφράσεις για co, s μετατρέπονται ως εξής:

▶  $co = G + P \cdot ci$  και

▶  $s = p (+) ci$

## Περιεχόμενα

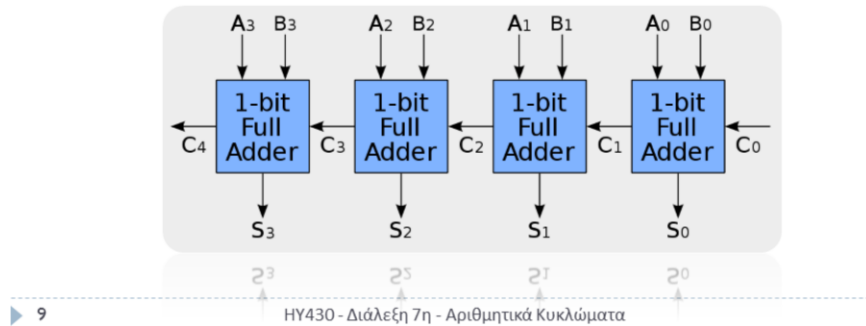
---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση



## Σειριακό Κρατούμενο

- ▶ Η απλούστερη υλοποίηση ενός  $n$ -bit αθροιστή
  - ▶ Εν σειρά το κάθε ψηφίο  $n$  παίρνει κρατούμενο από το  $(n-1)$
- ▶ Μειονεκτήματα
  - ▶ Μεγάλης καθυστέρησης κρίσιμο μονοπάτι
    - ▶ Από το  $c_0$  μέχρι το δεξιότερο κρατούμενο



$$c_o = ab (c_i + c_i') + c_i (a'b + ab')$$

Άρα η καθυστέρηση σε Λογικά Επίπεδα είναι 4 (τεχνολογικά ανεξάρτητη καθυστέρηση).

Αναλυτικά 1<sup>ο</sup> επίπεδο (χειρότερο) είναι το  $a'b$ ,  $ab'$ , 2<sup>ο</sup> επίπεδο το  $a'b + ab'$ , 3<sup>ο</sup> επίπεδο το  $c_i (a'b + ab')$ , και 4<sup>ο</sup> ολόκληρο το  $c_o$ .

Άρα, η καθυστέρηση του  $c_o$  είναι 4 Λογικά Επίπεδα, ενώ το κόστος σε εμβადό είναι 9.

Το κόστος σε εμβადό ισούται με το πλήθος των εμφανίσεων των δυαδικών όρων-μεταβλητών.

Έτσι:

Καθυστέρηση  $c_1$ : 4 t.u. (1 t.u. – time unit = 1 επίπεδο λογικής AND/OR = 1 g.d. – gate delay)

Καθυστέρηση  $c_2$ : (4 + 4) t.u.

Καθυστέρηση  $c_3$ : (4 + 4 + 4) t.u.

Καθυστέρηση  $c_4$ : (4 + 4 + 4 + 4) t.u.

Καθυστέρηση  $c_i$ : (4 \* 1) t.u.

Η καθυστέρηση του 4-bit αθροιστή είναι  $4 * 3$  (4<sup>ο</sup> bit) + 4 ( $s_3$ ) = 16 λογικά επίπεδα/t.u.

Καθυστέρηση  $c_{16}$  (16-bit αθροιστή) =  $4 * 16$  = 64 t.u., δηλ. 64 λογικά επίπεδα (ή καθυστερήσεις τεχνολογικά-ανεξάρτητων πυλών)

## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

## Πρόγνωση Κρατουμένου

---

- ▶ Ο βασικός στόχος είναι να μειωθεί η μεγάλη καθυστέρηση της αλυσίδας των κρατουμένων των  $n$ -bit
- ▶ Βασική ιδέα
  - ▶ Ακριβής πρόγνωση κρατουμένου πριν αυτό προκύψει από τις εξισώσεις
- ▶ Για ομάδες  $n$ -bit (όπου συνήθως  $n \sim 4$ )
  - ▶ Υπολογίζεται η πρόγνωση του κρατουμένου
  - ▶ αυτή προωθείται στην επόμενη ομάδα
  - ▶ Η καθυστέρηση της πρόγνωσης είναι σημαντικά μικρότερη από τον σειριακή προώθηση του κρατουμένου

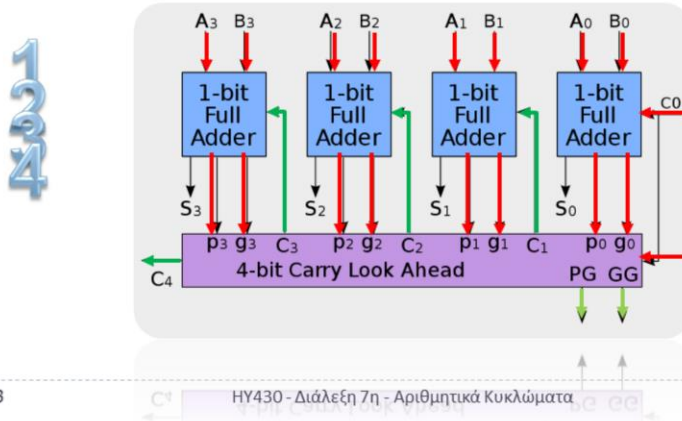
## Πρόγνωση Κρατούμενου - Γένεση, Προώθηση

- ▶ Στην πρόσθεση  $A + B$  παράγεται κρατούμενο μόνο όταν  $AB$ :
  - ▶  $G = AB$
- ▶ Ένα κρατούμενο προάγεται στο επόμενο ψηφίο όταν:
  - ▶  $P = A + B$
- ▶ Το κρατούμενο μπορεί να εκφραστεί ως:
  - ▶  $c_0 = G + P \cdot c_1$
- ▶ Για  $n=4$ -bits:
  - ▶  $c_1 = G_0 + P_0 \cdot c_0$
  - ▶  $c_2 = G_1 + P_1 \cdot c_1 = G_1 + P_1(G_0 + P_0 \cdot c_0) = G_1 + G_0P_1 + c_0P_0P_1$
  - ▶  $c_3 = G_2 + G_1P_2 + G_0P_1P_2 + c_0P_0P_1P_2$
  - ▶  $c_4 = G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + c_0P_0P_1P_2P_3$

Ομοιόμορφη εξίσωση

## Πρόγνωση Κρατουμένου – 4-bit Αθροιστής

- ▶  $C_4 = (G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + G_0P_1P_2P_3) + C_0(P_0P_1P_2P_3)$
- ▶  $PG = P_0P_1P_2P_3$
- ▶  $GG = G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + G_0P_1P_2P_3$
- ▶  $C_4 = GG + C_0 PG$



Καθυστέρηση για  $P_i = A_i B_i$ ,  $G_i = A_i + B_i = 1$  Λογικό Επίπεδο

Καθυστέρηση  $p_i, g_i : 1$  t.u.

Καθυστέρηση για  $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4$ :

$c_1 = G_0 + P_0 c_0$ , δηλαδή 3 λογικά επίπεδα.

Αναλυτικά τα  $G_0, P_0$  έχουν καθυστέρηση 1 λογικό επίπεδο, το 2<sup>ο</sup> είναι το  $P_0 c_0$ ,

και τρίτο ολόκληρο το  $c_1$

Ομοίως για το  $c_4$ :

$c_4 = G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + C_0P_0P_1P_2P_3$

Τα  $P_0, P_1, P_2, P_3, G_2, G_1, G_0$  έχουν καθυστέρηση 1 λογικό επίπεδο, το 2<sup>ο</sup> είναι το  $C_0P_0P_1P_2P_3$ ,

και τρίτο ολόκληρο το  $c_4$ .

Έτσι:

Καθυστέρηση για  $c_1-c_4 : 3$  t.u. (για υλοποίηση 2-επίπεδης λογικής)

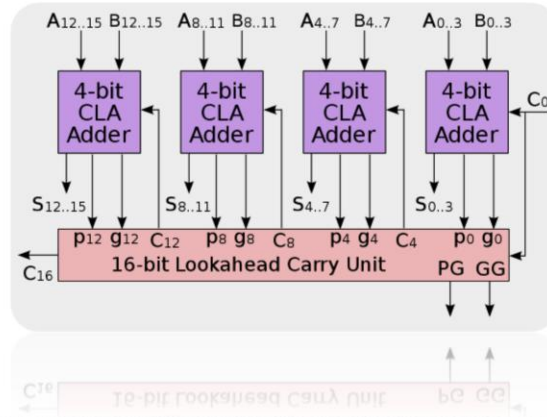
Καθυστέρηση για  $PG, GG = 2$  t.u.

Άρα η καθυστέρηση για τον 4-bit αθροιστή είναι  $3 + 4 = 7$  λογικά επίπεδα (αντί για 16 του σειριακού κρατουμένου)

## Πρόγνωση Κρατούμενου – 16-bit Αθροιστής

- Ιεραρχικά η μονάδα LCU υπολογίζει τα:

- PG,
- GG
- c16



► 14

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Για τον 16-bit αθροιστή με 4 των 4-bit με Πρόγνωση και 1 μονάδα Ιεραρχικής Πρόγνωσης (LCU), οι καθυστερήσεις έχουν ως εξής:

$PP_i$  (4-bit) =  $P0P1P2P3 = 2$  λογικά επίπεδα

$GG_i$  (4-bit) =  $G3 + G2P3 + G1P2P3 + G0P1P2P3 = 3$  λογικά επίπεδα

Ιεραρχικό  $c_i$  ( $c_4, c_8, c_{12}, c_{16}$ ) από τα  $PP_i, GG_i$ :

$c_4 = GG_1 + c_0 PP_1$

-> 4 επίπεδα

$c_8 = GG_2 + c_4 PP_2 = GG_2 + GG_1 PP_2 + c_0 PP_1 PP_2$

-> 5

**επίπεδα λόγω του  $GG_1 \cdot PP_2$**

$c_{12} = GG_3 + c_8 PP_3 = GG_3 + (GG_2 + GG_1 PP_2 + c_0 PP_1 PP_2) PP_3 = GG_3 + GG_2 PP_3 + GG_1 PP_2 PP_3 + c_0 PP_1 PP_2 PP_3$

-> 5

**επίπεδα ομοίως**

[όπου  $GG_i, PP_i$  είναι για τον  $i$  (1<sup>ο</sup>, 2<sup>ο</sup> και 3<sup>ο</sup>) 4-bit αθροιστή]

Άρα, τα  $c_8, c_{12}$  έχουν βάθος 5 λογικά επίπεδα, το  $c_4$  έχει 4.

$s_{0...3} : 4$  t.u.

$s_{4...7} : 8$  t.u. (4 για το κρατούμενο και 4 για το άθροισμα)

$s_{8...11} : 9$  t.u. (5 για το κρατούμενο και 4 για το άθροισμα)

$s_2, s_3, s_4 : 9$  t.u., (ομοίως)

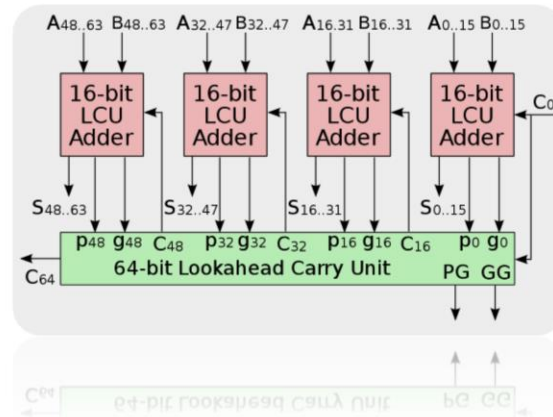
$c_{16}$  επίσης σε 5 t.u.

**Η μέγιστη καθυστέρηση είναι βάθους 9 (9 t.u.).**

Στον 16-bit σειριακό αθροιστή θα ήταν  $4 \cdot 15$  (κρατούμενου του 15<sup>ου</sup> bit) + 4 = 64 λογικά επίπεδα/t.u.

## Πρόγνωση Κρατουμένου – 64-bit Αθροιστής

### ► Ίδια ιδέα με 2<sup>ο</sup> επίπεδο ιεραρχίας



► 15

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Ισχύει η ίδια ιεραρχική ανάλυση με τον 16-bit Αθροιστή για τις ομάδες των 16 πλέον bits...

## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ **Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού**
  - ▶ **Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add**
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση



## Ολίσθηση και Πρόσθεση

► **1011001 x 1101 :**

►           1011001      **Πολλαπλασιαστέος**

►            1101 x   **Πολλαπλασιαστής**

► 1 :     1011001

► 0 :     0000000

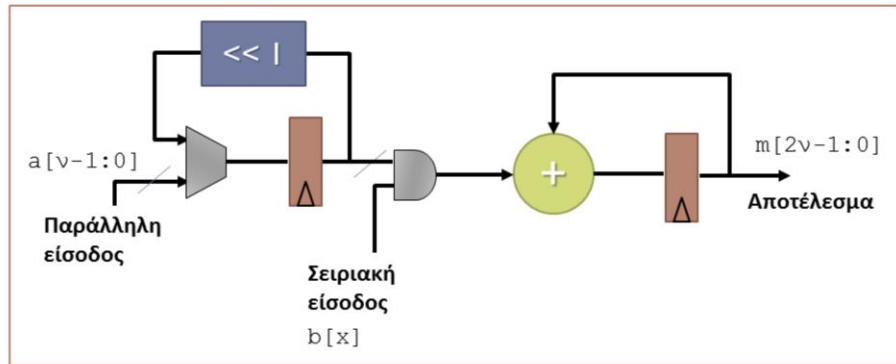
► 1 :     1011001

► 1 : 1011001        +

►     10010000101

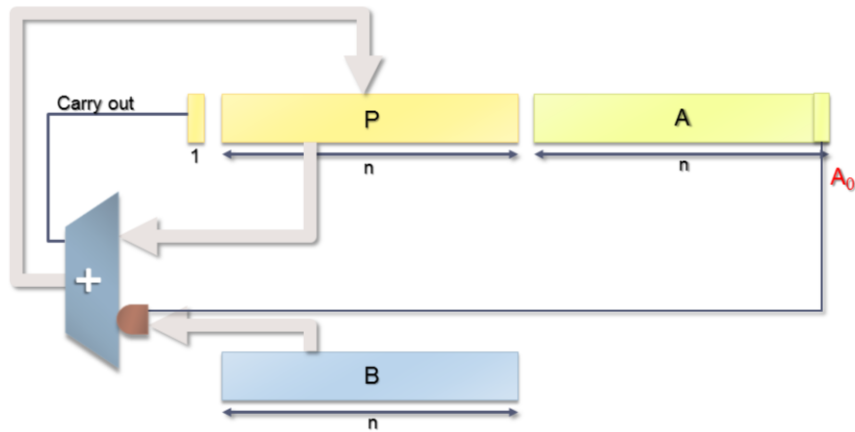
► Προσθέτουμε με τον  
πολλαπλασιαστή από  
δεξιά προς αριστερά

## Ολίσθηση και Πρόσθεση



## Δυαδικός Πολλαπλασιαστής

- Εκτελεί Μη-Προσημασμένο Πολλαπλασιασμό



## Δυαδικός Πολλαπλασιαστής

---

- ▶ Χρησιμοποιεί:

- ▶ 1 n-bit Αθροιστή
- ▶ 3 Καταχωρητές: P, A, B
- ▶ Έλεγχο αν το  $A_0$  είναι 0/1

- ▶ Αρχικοποίηση

- ▶  $P = 0, A =$  πρώτος αριθμός,  $B =$  δεύτερος αριθμός

- ▶ Αλγόριθμος:

1. Αν το  $A_0$  είναι 1,  $P = P + B$  ( $B = b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0$ )
2. Ολίσθηση του Ζεύγους (P,A) κατά 1 δεξιά  
το τελευταίο bit του A δεν χρησιμοποιείται

## Παράδειγμα Πολλαπλασιασμού

P	A	Step Explanation		
0000	0101	Multiply 5=0101 with 3=0011. B always 0011	X	23 102
+0011		step 1(i): A0=1, add B to P		46 00
0011	0101	step 1(ii): shift (P,A) right one bit	+	23
0001	1010	step 2(i): A0=0, add 0 to P (or do nothing)		2346
0001	1010	step 2(ii): shift (P,A) right one bit		
0000	1101	step 3(i): A0=1, add B to P		0011
+0011			X	0101
0011	1101	step 3(ii): shift (P,A) right one bit		0011
0001	1110	step 4(i): A0=0, add 0 to P		0000
0001	1110	step 4(ii): shift (P,A) right one bit	+	0011
0000	1111	result is 1111 <sub>2</sub> =15 in (P,A)		001111

## Αλγόριθμος Πολλαπλασιασμού

```
► MULTIPLY(x, y, m)  
  // Είσοδοι - x : πολλαπλασιαστέος, y : πολλαπλασιαστής, Έξοδος - m : γινόμενο  
  {  
    n = LENGTH(y);  
    m = 0;  
    t = x; // ολισθητής //  
    for i in 1 to n // για κάθε ψηφίο του y //  
    {  
      if (y[i] == 1)  
        m = m + t; // πρόσθεση μερικού παράγοντα //  
      t = t << 1; // ολίσθηση 1 ψηφίο δεξιά για κάθε ψηφίο του y //  
    }  
    return m;  
  }
```

## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

## Πολλαπλασιασμός με Πίνακα (LUT)

- ▶ Γρήγορη μνήμη για λίγα ψηφία
  - ▶ Χρησιμοποιείται για FPGAs
  - ▶ Μικρή καθυστέρηση
  - ▶ Εκθετικό μέγεθος

3x3 LUT	000	001	010	011	100	101	110	111
000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000
001	000000	000001	000010	000011	000100	000101	000110	000111
010	000000	000010	000100	000110	001000	001010	001100	001110
011	000000	000011	000110	001001	001100	001111	010010	010101
100	000000	000100	001000	001100	010000	010100	011000	011100
101	000000	000101	001010	001111	010100	011001	011110	100011
110	000000	000110	001100	010010	011000	011110	100100	101010
111	000000	000111	001110	010101	011100	100011	101010	110001

▶ 24

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα



## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ **Μερικών Παραγόντων – Partial Products**
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

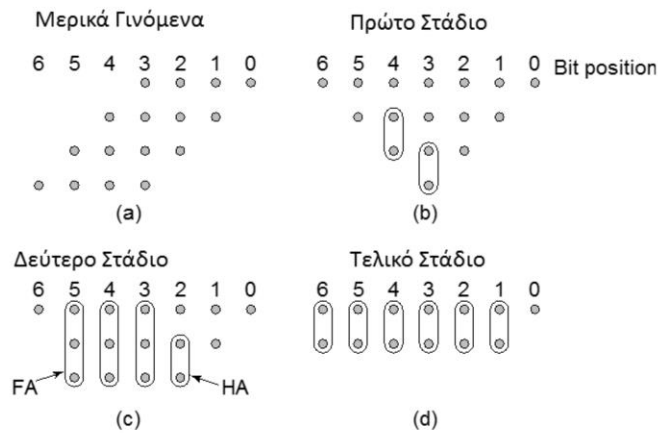
## Πολλαπλασιασμός Μερικών Παραγόντων

### ► 67 x 54

1° με 1°	2° με 1°	1° με 2°	2° με 2°
$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$

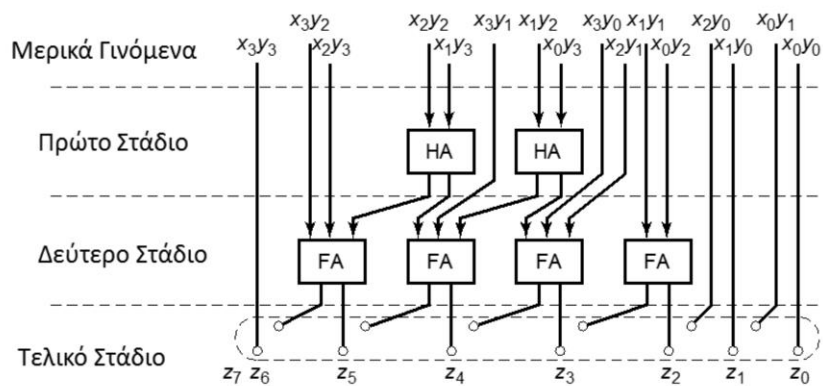
- οι τέσσερις αυτοί συνδυασμοί μπορούν να γίνουν σε σύνολα από δυαδικά ψηφία

## Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace



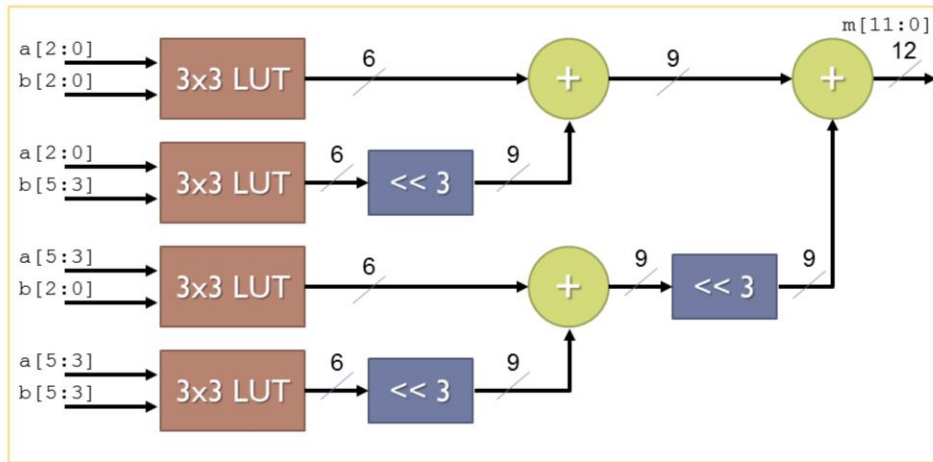
Μπορούμε να μετασχηματίσουμε την δομή των μερικών γινομένων του πολλαπλασιασμού σε ένα δέντρο πολλαπλών επιπέδων. Παραπάνω φαίνεται ο μετασχηματισμός των γινομένων για αριθμούς 4-bit.

## Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace



## Πολλαπλασιασμός Μερικών Παραγόντων

### ► 6-bit πολλαπλασιαστής από 3-bit Πίνακες



► 29

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Πολλαπλασιάζουμε τα:

$a[5:3], a[2:0]$

x  $b[5:3], b[2:0]$

$b[2:0] \times a[2:0] \rightarrow 1^\circ \text{ με } 1^\circ$

$b[2:0] \times a[5:3] (\ll 3) \rightarrow 1^\circ \text{ με } 2^\circ$

$b[5:3] \times a[2:0] (\ll 3) \rightarrow 2^\circ \text{ με } 1^\circ$

$b[5:3] \times a[5:3] (\ll 3) \times 2 \rightarrow 2^\circ \text{ με } 2^\circ$

Ο ολισθητής δεξιά συνδυάζει σε 1 πράξη την 2<sup>η</sup> ολίσθηση του 4<sup>ου</sup> παράγοντα και του 2<sup>ου</sup>.

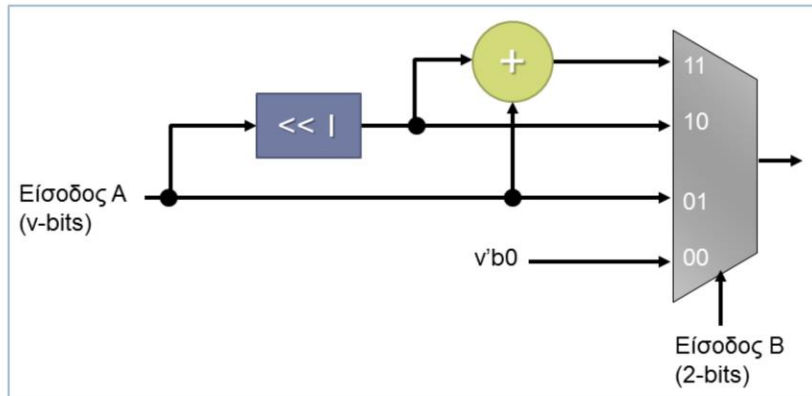
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης
  - ▶ Half-adder
  - ▶ Full-Adder
  - ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
  - ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead
- ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού
  - ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
  - ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
  - ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
  - ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products
- ▶ Διαίρεση

## Πολλαπλασιασμός Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων

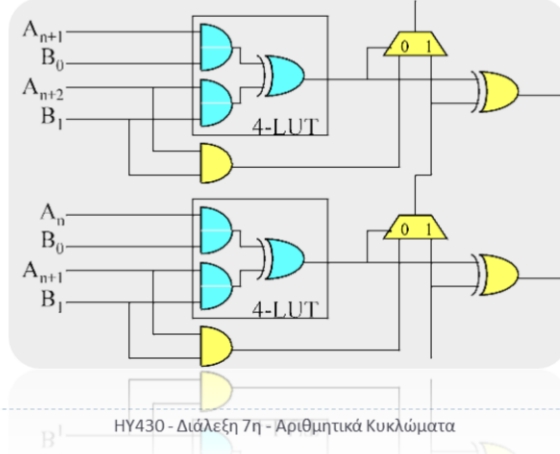
- ▶ Ειδική περίπτωση του πίνακα
  - ▶ όπου η συνδυαστική λογική είναι απλή
- ▶ Βασική ιδέα - πολλαπλασιασμός  $v$ -bit με 2-bit:



## Πολλαπλασιασμός Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων

- Υλοποίηση πολλαπλασιασμού μερικών παραγόντων σε FPGA:

- Ποια συνάρτηση υλοποιεί το LUT 4άρων εισόδων;



► 32

Η συνάρτηση που υλοποιεί λ.χ. το κάτω LUT είναι η:

$f = A_n \cdot B_0 (+) A_{n+1} \cdot B_1$ , δηλαδή:

$$\{B_1, B_0\} = 00 \Rightarrow f = 0,$$

$$\{B_1, B_0\} = 01 \Rightarrow f = A_n (+) 0 = A_n$$

$$\{B_1, B_0\} = 10 \Rightarrow f = 0 (+) A_{n+1} = A_{n+1}, \text{ άρα } (\times 2)$$

$$\{B_1, B_0\} = 11 \Rightarrow f = A_n (+) A_{n+1}, \text{ πρόσθεση των 2-bit.}$$

Συνεπώς το LUT λειτουργεί ως ο πολυπλέκτης της προηγούμενης διαφάνειας.

Προσέξτε επίσης ότι αν  $B_1 = 1$ , δηλ.  $\{B_1, B_0\} = \{1-\}$  (όπου  $- = DC$ ), τότε πραγματοποιείται ολίσθηση,

άσχετα αν το αποτέλεσμα είναι το άθροισμα ή ο αρχικός πολλαπλασιαστέος.

ΠΡΟΣΟΧΗ ότι η έξοδος της  $f$  είναι ισοδύναμη με την η συνθήκη της προώθησης, εφόσον έχουμε κρατούμενο

με τις συνθήκες  $(f = 0 \text{ ΚΑΙ } B_1 \cdot A_{n+1}) \parallel (f = 1 \text{ ΚΑΙ } cin)$ .





## Περιεχόμενα

---

### ▶ Κυκλώματα Πρόσθεσης

- ▶ Half-adder
- ▶ Full-Adder
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο – Ripple Carry
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου – Carry Lookahead

### ▶ Κυκλώματα Πολλαπλασιασμού

- ▶ Ολίσθηση και Πρόσθεση – Shift and Add
- ▶ Πολλαπλασιασμός με Πίνακα Αποτελεσμάτων
- ▶ Μερικών Παραγόντων – Partial Products
- ▶ Υπολογισμένων Μερικών Παραγόντων – Computed Partial Products

### ▶ Διαίρεση

## Διαίρεση

0111000010 (450)

10001 (17)

Πώς κάνουμε διαίρεση;

## Διαίρεση

0111000010 (450)	10001 (17)	
<pre> 01110 011100 ----- 10001 010110 ----- 10001 001010 010101 - ----- 10001 00100 01000           </pre>	<pre> 11010 (26)           </pre>	<p>5-bit διαιρέτης &lt; διαιρετέο κατεβάζουμε ψηφίο ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο κατεβάζουμε ψηφίο ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο κατεβάζουμε ψηφίο, υπόλοιπο &lt; διαιρέτη, 0 στο πηλίκο κατεβάζουμε ψηφίο Ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο κατεβάζουμε ψηφίο, υπόλοιπο &lt; διαιρέτη, 0 στο πηλίκο</p>

▶ Σε κάθε βήμα κάνουμε:

- ▶ Σύγκριση
- ▶ Ολίσθηση
- ▶ Αφαίρεση

▶ 36
HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

Αφαίρεση αλλάζοντας το πρόσημο με το δυικό συμπλήρωμα (2's complement):

$$11100 (28) - = 11100 + = 011100 (28)$$

$$10001 (17) = (01110 + 1) = 101111 (-32+15=-17) = [1]001011$$

Το αριστερότερο ψηφίο (κρατούμενο υπερχειλίσσης) δεν χρησιμοποιείται, η τιμή 1 προκύπτει από την αναπαράσταση των αρνητικών.

Άλλα Παραδείγματα Διαίρεσης:

$$101010/10,$$

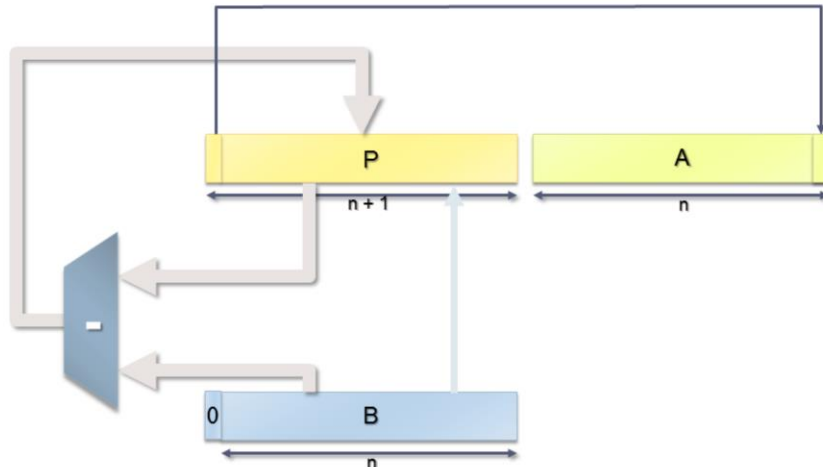
$$\text{Δεκαδικό: } 1500/15$$

## Αλγόριθμος Διαίρεσης

```
► LONG_DIVISION(D, d, q, r)
  // Είσοδοι - D : Διαιρετέος, d : διαιρέτης, Έξοδοι - q : πηλίκο, r : υπόλοιπο
  {
    n = MSB(D); m = (n - LENGTH(d)); x = 0; Dt = D;
    do
    {
      while (Dt[n:m] < d) // υπόλοιπο < διαιρέτη //
        q[x++] = 0; m = m - 1; // 0 στο πηλίκο, κατεβάζουμε ψηφίο //
      q[x++] = 1; // 1 στο πηλίκο //
      r[n-m:0] = Dt[n:m] - d; // νέο υπόλοιπο //
      m = m - 1; // κατεβάζουμε ψηφίο //
      Dt[n:0] = {r, D[m-1:0]}; // συνένωση υπολοίπου με διαιρετέο //
    } while (r > d);
    return (q[0:x], r[n-m:0]);
  }
```

## Δυαδικός Διαιρέτης

- ▶ Πανομοιότυπη Διάταξη με τον Πολλαπλασιαστή



▶ 38

HY430 - Διάλεξη 7η - Αριθμητικά Κυκλώματα

## Δυαδικός Διαιρέτης

---

- ▶ Για να Υπολογίσουμε το  $A/B$
- ▶ Αρχικοποίηση:
  - ▶ Αποθηκεύουμε το A στον Καταχωρητή A,
  - ▶ Το B στον Καταχωρητή B,
  - ▶ Μηδενίζουμε τον P
- ▶ Αλγόριθμος:
  - ▶ Για n bits, n επαναλήψεις:
    1. Ολισθαίνουμε το Ζεύγος (P,A) 1 bit αριστερά
    2. Εκτελούμε  $P = P - B$
    3. Αν το αποτέλεσμα  $< 0$ , θέτουμε  $A_0$  σε 0, αλλιώς σε 1
    4. Αν το αποτέλεσμα  $< 0$ , επαναφέρουμε την παλιά τιμή του P  
Εκτελώντας  $P = P + B$