

# HY422 – Εισαγωγή στα Συστήματα VLSI

Διδάσκων: Χ. Σωτηρίου, Βοηθός: Π. Ματτθαϊάκης

<http://www.csd.uoc.gr/~hy422>

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

## HY330 – Ψηφιακά Κυκλώματα - Εισαγωγή στα Συστήματα VLSI

Διδάσκων: Χ. Σωτηρίου, Βοηθοί: θα ανακοινωθούν

<http://inf-server.inf.uth.gr/courses/CE330>

2

HY330 - Διάλεξη 0η - Σχεδίαση 11/3/2014  
Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

4<sup>η</sup> διάλεξη – Καθυστέρηση Διασυνδέσεων – Μοντέλο Elmore

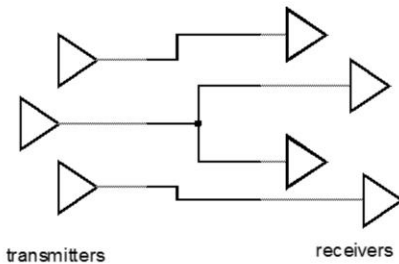
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανομημένη RC



## Διασυνδέσεις



σχηματικό



κατασκευή

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Εξετάζοντας αναλυτικά την φυσική υπόσταση μιας διασύνδεσης φαίνεται ότι διασύνδεει έναν αποστολέα του σήματος με έναν δέκτη μέσω επιμέρους τμημάτων μετάλλου διαφορετικού μήκους και γεωμετριών.

Το κάθε ένα από αυτά τα επιμέρους τμήματα μπορεί να αναλυθεί σε (α) παρασιτική αντίσταση, (β) παρασιτική χωρητικότητα και (γ) παρασιτική εμπέδηση, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

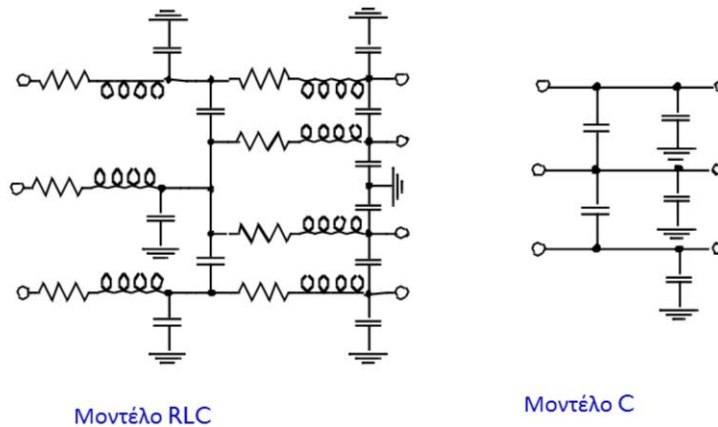
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ **Μοντελοποίηση των Παρασιτικών**
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανεμημένη RC



## Μοντελοποίηση των Παρασιτικών



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

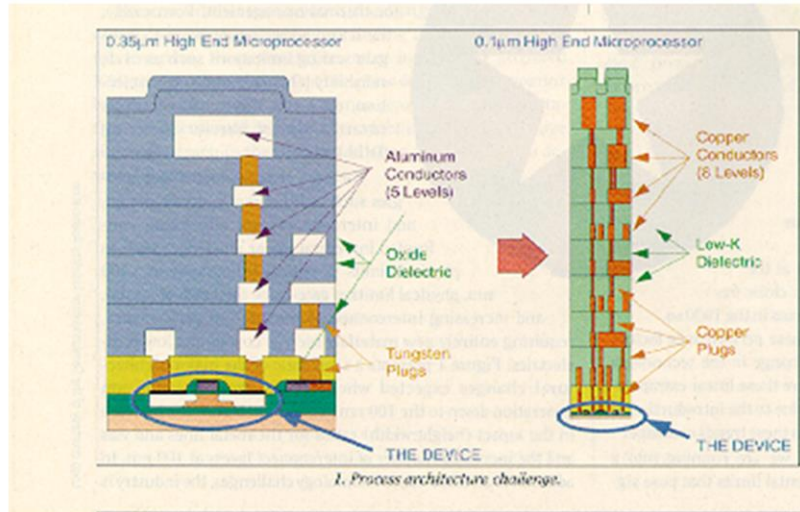
- Το μοντέλο RLC εξετάζει όλες τις παρασιτικές συσκευές δια και κατά μήκος των συνδέσεων.
- Το μοντέλο C εξετάζει μόνο την χωρητικότητα των συνδέσεων.

Η ανάλυση μοντέλων RLC είναι εξαιρετικά πολύπλοκη.

Έτσι συνήθως γίνονται οι εξής θεωρήσεις και ανάλογες απλοποιήσεις:

- η επαγωγή ( $L$ ) είναι αμελητέα όταν η αντίσταση της σύνδεσης είναι σημαντική – αυτό ισχύει για αγωγούς μικρού πλάτους
- για αγωγούς μικρού μήκους και καλής αγωγιμότητας το μοντέλο C είναι ακριβές
- για αγωγούς σε μεγάλη απόσταση, η χωρητικότητα μεταξύ τους μπορεί να αγνοηθεί

## Επίδραση Διασυνδέσεων στο Ολοκληρωμένο



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Στην σημερινή τεχνολογία, το πραγματικό εμβαδό και μήκος των συνδέσεων είναι μεγαλύτερο από αυτό των τρανζίστορ!

## Επίδραση Παρασιτικών των Διασυνδέσεων

---

- ▶ οι Παρασιτικές των Διασυνδέσεων
  - ▶ μειώνουν την αξιοπιστία του κυκλώματος
  - ▶ επηρεάζουν (α) απόδοση, (β) κατανάλωση!
- ▶ Είδη Παρασιτικών
  - ▶ Χωρητικότητα → παρασιτικός πυκνωτής
  - ▶ Αντίσταση → παρασιτική αντίσταση
  - ▶ Εμπέδηση → παρασιτικό πηνίο

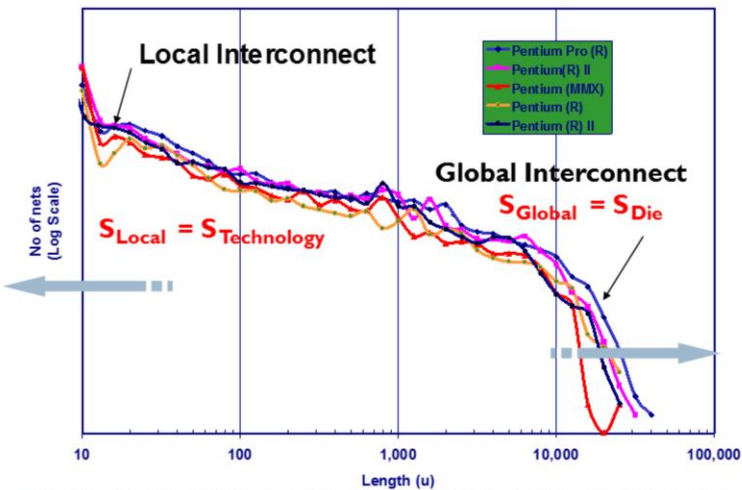


## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανεμημένη RC

# Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

## Περιεχόμενα

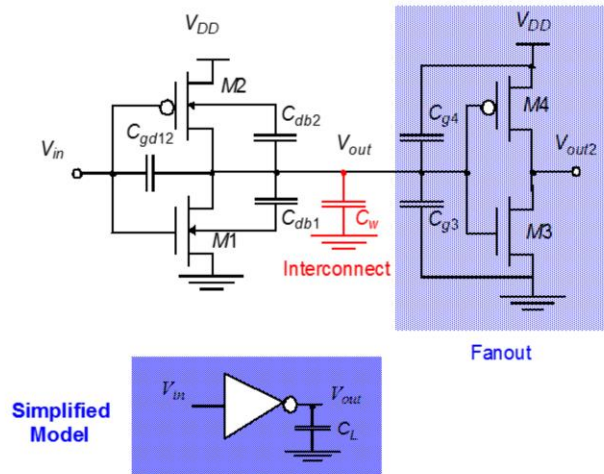
---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ **Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης**
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανεμημένη RC



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

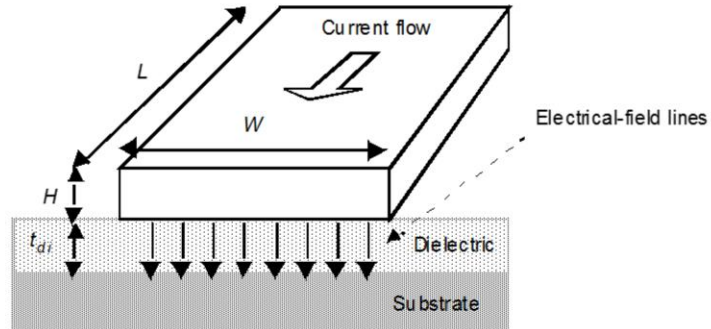
## Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Η διασύνδεση μιας πύλης με μια άλλη επιφέρει μια συνολική χωρητικότητα στην έξοδο της πρώτης, η οποία είναι συνάρτηση ( $\alpha$ ) της χωρητικότητας της εισόδου της δεύτερης αλλά και ( $\beta$ ) της χωρητικότητας της διασύνδεσης  $C_w$  που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα

## Υπολογισμός Χωρητικότητας – Απλό μοντέλο



$$C_{int} = \frac{\epsilon_{di}}{t_{di}} WL$$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Όπου  $W$ ,  $L$  είναι το πλάτος και μήκος του αγωγού αντίστοιχα,  
 $t_{di}$  είναι το πάχος του διηλεκτρικού (η απόσταση μεταξύ των πλακών του πυκνωτή),  
και  
 $\epsilon_{di}$  είναι η διηλεκτρική σταθερά που εκφράζεται ως  $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  ( $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ )

## Σχετική Διηλεκτρική Σταθερά – $\epsilon_r$

<b>Material</b>	$\epsilon_r$
Free space	1
Aerogels	~1.5
Polyimides (organic)	3-4
Silicon dioxide	3.9
Glass-epoxy (PC board)	5
Silicon Nitride ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ )	7.5
Alumina (package)	9.5
Silicon	11.7

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

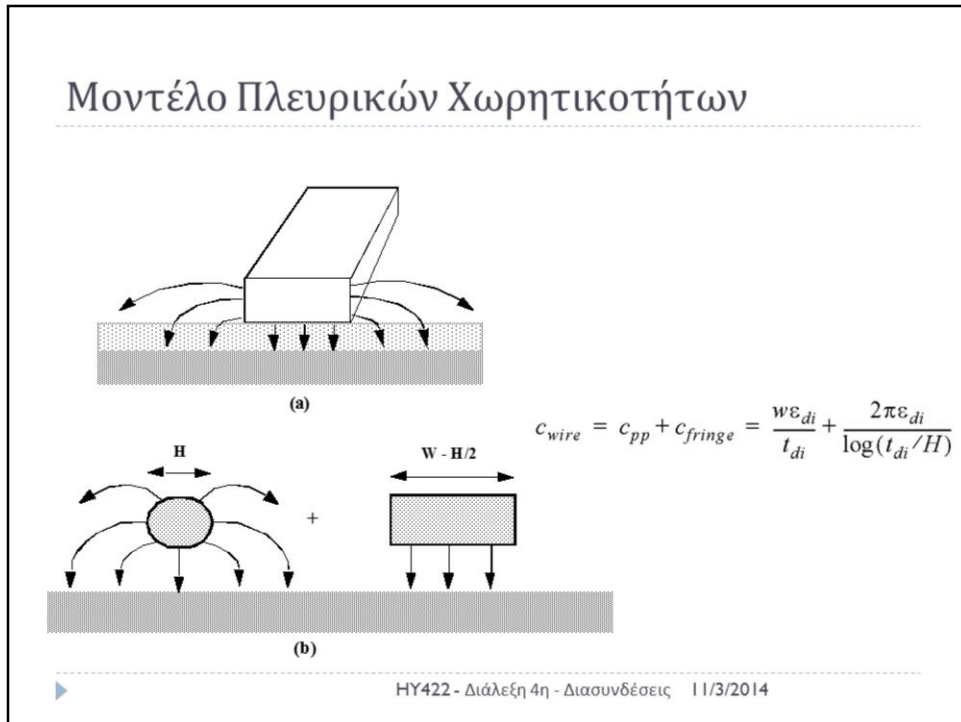
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ **Μοντέλα Χωρητικότητας**
  - ▶ **Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών**
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανεμημένη RC



## Μοντέλο Πλευρικών Χωρητικοτήτων



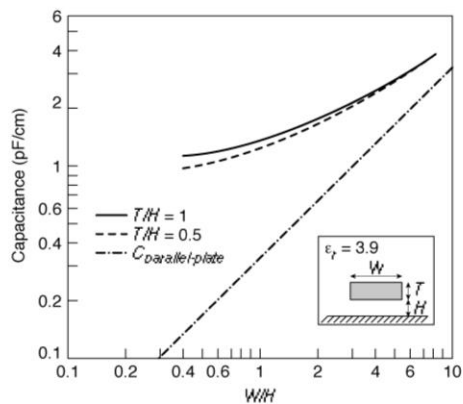
Στο ρεαλιστικότερο μοντέλο των πλευρικών χωρητικοτήτων, με μεγαλύτερη ακρίβεια, η χωρητικότητα του αγωγού χωρίζεται σε δυο συνιστώσες, με βασική παράμετρο στο μοντέλο το  $H \rightarrow$  το πάχος (κάθετο ύψος) του αγωγού:

- την συνιστώσα-προσέγγιση παράλληλων πλακών (το απλό μοντέλο), όπου θεωρούμε  $w$  (ουσιαστικό)  $= W-H/2$ ,
- την πλευρική συνιστώσα που την μοντελοποιούμε ως κυλινδρικό αγωγό με διάμετρο το  $H$ .

Η παραπάνω εξίσωση είναι μια καλή προσέγγιση αλλά δεν υπάρχουν και ακριβέστερες μορφές της.



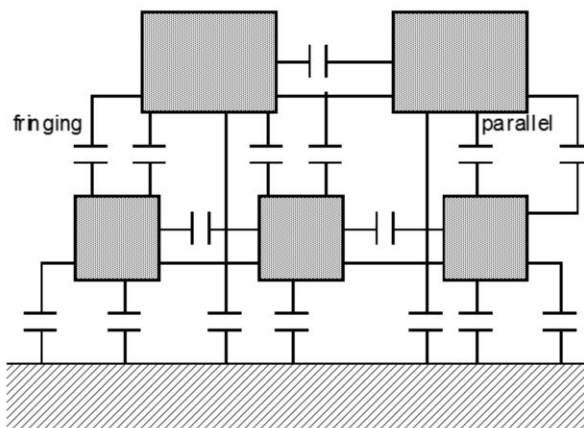
## Σύγκριση Ακρίβειας Μοντέλων



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 1/3/2014

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η αριθμητική διαφορά των δυο προσεγγίσεων χωρητικότητας αγωγού, συναρτήσει του  $W/H$  ( $H$  = πάχος διηλεκτρικού,  $T$  = πάχος αγωγού στο σχήμα). Φαίνεται ότι για τιμές του  $W/H$  μικρότερες του 1.5 οι πλευρικές χωρητικότητες κυριαρχούν σημαντικά.

## Χωρητικότητα Διασυνδέσεων



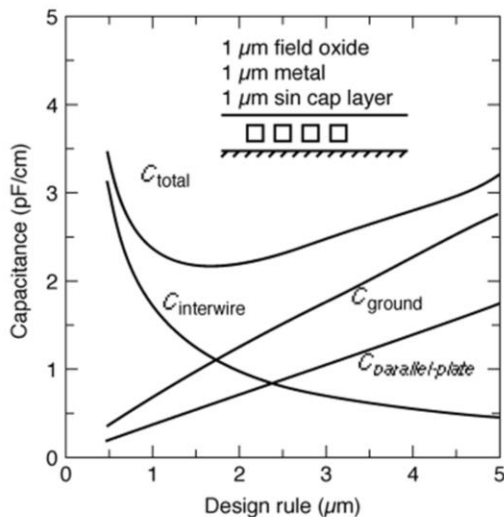
HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Η μοντελοποίηση μέχρι τώρα αφορούσε έναν ορθογώνιο αγωγό τοποθετημένο πάνω από το πυρίτιο.

Στις σημερινές διεργασίες, πολλαπλά επίπεδα μετάλλου χρησιμοποιούνται για διασύνδεση (7-8 ή και 9). Έτσι, οι αγωγοί που βρίσκονται σε κοντινή, γειτονική απόσταση οριζόντια και κάθετα δημιουργούν ακόμα πιο πολύπλοκα φαινόμενα επίδρασης χωρητικότητας.

Διακρίνουμε παραπάνω όχι μόνο χωρητικότητες από ένα σήμα προς το υπόστρωμα (γείωση ή πηγή) αλλά και μεταξύ των σημάτων. Επίσης, όσο ψηλότερο είναι το επίπεδο του σήματος και όσο μακρύτερα βρίσκεται από το υπόστρωμα τόσο μεγαλύτερη η επίδραση του στα γειτονικά.

## Επιρροή Χωρητικότητων των Διασυνδέσεων



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Παραπάνω βλέπουμε την συνδρομή της μεταξύ των αγωγών χωρητικότητας στο σύνολο στην εξέλιξη της κλίμακας. Σε μεγάλου μεγέθους διεργασίες η συνολική χωρητικότητα έχει ως σημαντική συνιστώσα την χωρητικότητα ως προς την γείωση (ή πηγή – πρακτικά είναι το ίδιο). Το αντίθετο φαίνεται για τις πιο σύγχρονες, μικρού μεγέθους διεργασίες.

## Χωρητικότητες σε Διεργασία 0.25μm

	Field	Active	Poly	AI1	AI2	AI3	AI4
Poly	88						
	54						
AI1	30	41	57				
	40	47	54				
AI2	13	15	17	36			
	25	27	29	45			
AI3	8.9	9.4	10	15	41		
	18	19	20	27	49		
AI4	6.5	6.8	7	8.9	15	35	
	14	15	15	18	27	45	
AI5	5.2	5.4	5.4	6.6	9.1	14	38
	12	12	12	14	19	27	52

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Τυπικές χωρητικότητες για μια διεργασία 0.25μm φαίνονται στον πίνακα.

Οι σκιασμένες σειρές αντιστοιχούν στην πλευρική χωρητικότητα σε aF/μm, ενώ οι λευκές στην χωρητικότητα εμβαδού (παράλληλων πλακών) σε aF/μm<sup>2</sup>.

Έτσι, για να υπολογίσουμε την συνολική χωρητικότητα ενός αγωγού πλάτους W και μήκους L θεωρούμε:

- Χωρητικότητα εμβαδού :  $W \cdot L \cdot \text{aF}/\mu\text{m}^2$
- Πλευρική χωρητικότητα:  $2 \cdot L \cdot \text{aF}/\mu\text{m}$  (2 x επειδή εμφανίζεται και στις 2 πλευρές)

## Χωρητικότητες σε Διεργασία 0.25 $\mu$ m

- ▶ Παρακάτω φαίνονται οι χωρητικότητες μεταξύ αγωγών στο ίδιο επίπεδο σε aF/ $\mu$ m και για αγωγούς ελάχιστης απόστασης:

Layer	Poly	M1	M2	M3	M4	M5
Capacitance	40	95	85	85	85	115

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

Έτσι για δυο αγωγούς μήκους L και ελάχιστης απόστασης, ο αριθμός στον πίνακα παραπάνω επί L μας δίνει την μεταξύ τους χωρητικότητα.

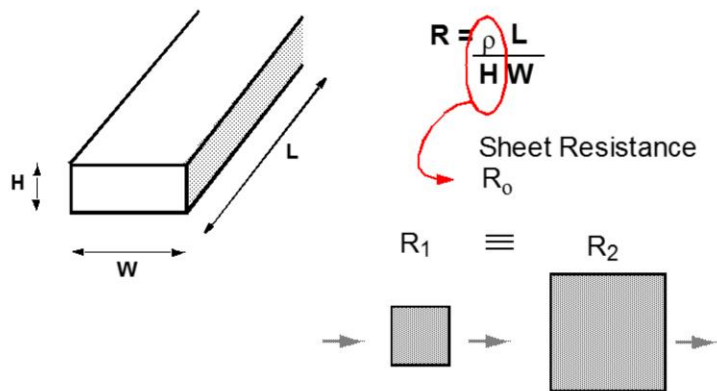
## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ **Μοντέλο Αντίστασης**
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ Μοντέλα RC
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανομημένη RC



## Αντίσταση



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Η αντίσταση του αγωγού είναι ανάλογη στο  $L$ , αντιστρόφως ανάλογη στο  $W$  και στο  $H$ .  $\rho$  είναι η ειδική αντίσταση του αγωγού, που εξαρτάται από το υλικό.

Παρατηρήστε ότι για έναν τετράγωνο αγωγό ( $L = W$ ) πάχους  $H$ , για οποιαδήποτε μεγέθη  $W, L$  η αντίσταση είναι σταθερή και την ονομάζουμε  $R_{\square}$  ( $\Omega/\text{τετράγωνο}$ ), όπου  $R_{\square} = \rho/H$ .

Άρα για οποιοδήποτε αγωγό μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίσταση του, δεδομένου του  $R_{\square}$  πολλαπλασιάζοντας με  $L/W$ :

- $R = R_{\square} \cdot L/W$

## Τιμές ειδικής αντίστασης $\rho$

Material	$\rho$ ( $\Omega\text{-m}$ )
Silver (Ag)	$1.6 \times 10^{-8}$
Copper (Cu)	$1.7 \times 10^{-8}$
Gold (Au)	$2.2 \times 10^{-8}$
Aluminum (Al)	$2.7 \times 10^{-8}$
Tungsten (W)	$5.5 \times 10^{-8}$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014



## Αντίσταση ανά Τετραγωνικό - $R_{\square}$

Material	Sheet Resistance ( $\Omega/\square$ )
n- or p-well diffusion	1000 – 1500
$n^+$ , $p^+$ diffusion	50 – 150
$n^+$ , $p^+$ diffusion with silicide	3 – 5
$n^+$ , $p^+$ polysilicon	150 – 200
$n^+$ , $p^+$ polysilicon with silicide	4 – 5
Aluminum	0.05 – 0.1

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Silicide = Si + Μέταλλο, λ.χ.  $TiSi_2$ ,  $TaSi$ ,  $WSi_2$

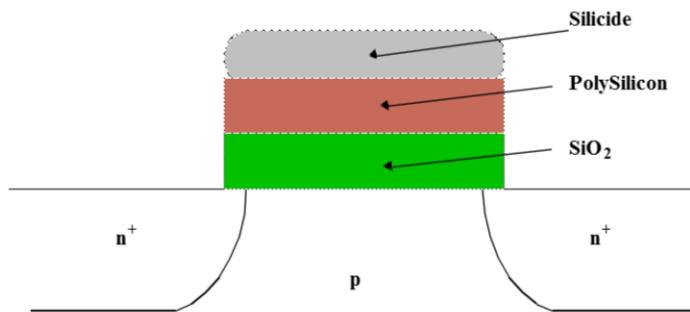
Όπως φαίνεται το ιδανικό υλικό για συνδέσεις είναι το μέταλλο (Al). Παρόλο που η αντίσταση των περιοχών διάχυσης  $n^+$ ,  $p^+$  φαίνεται να είναι συγκρίσιμη με την αντίσταση του poly-Si, αυτές παρουσιάζουν πολύ μεγάλες χωρητικότητες προς το υπόστρωμα.

Ως προς τις διεπαφές μεταξύ επιπέδων και αυτές προσθέτουν αντίσταση ανάλογη με το εμβαδό τους. Παρόλο γενικά που μπορούν να γίνουν μεγαλύτερες, το ρεύμα ακολουθεί τα μονοπάτια γύρω στην περίμετρο, έτσι δεν μπορούν να γίνουν αυθαίρετα μεγάλες για λόγους αξιοπιστίας (μετακίνηση του μετάλλου).

## Διαχείριση των Αντιστάσεων

---

- ▶ Καλή επιλογή της τεχνολογίας
  - ▶ μελέτη της αντίστασης των αγωγών
- ▶ Επιλεκτική Κλιμάκωση
  - ▶ οι αγωγοί δεν κλιμακώνονται με τον ίδιο ρυθμό
- ▶ Καλύτερα υλικά
  - ▶ Χαλκός, Silicide
  - ▶ Μείωση του συνολικού WL (WireLength)
- ▶ Περισσότερα επίπεδα αγωγών
  - ▶ Μπορούν να μειώσουν το μέσο WL (μέση απόσταση)
  - ▶ Η αντίσταση των πάνω μετάλλων είναι συνήθως μικρότερη!



Silicides:  $\text{WSi}_2$ ,  $\text{TiSi}_2$ ,  $\text{PtSi}_2$  and  $\text{TaSi}$

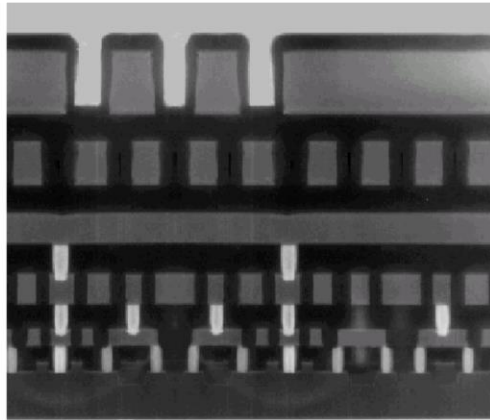
Conductivity: 8-10 times better than Poly

## Παράδειγμα – Intel 0.25 $\mu$ m CMOS

5 metal layers  
Ti/Al - Cu/Ti/TiN  
Polysilicon dielectric

LAYER	PITCH	THICK	A.R.
Isolation	0.67	0.40	-
Polysilicon	0.64	0.25	-
Metal 1	0.64	0.48	1.5
Metal 2	0.93	0.90	1.9
Metal 3	0.93	0.90	1.9
Metal 4	1.60	1.33	1.7
Metal 5	2.56	1.90	1.5
	$\mu$ m	$\mu$ m	

Layer pitch, thickness and aspect ratio



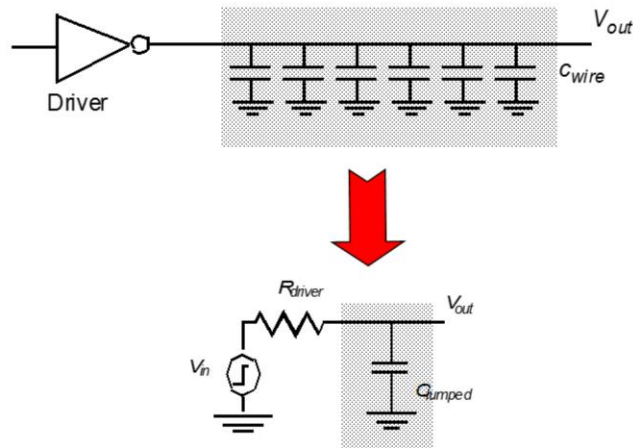
HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Στις σύγχρονες διεργασίες παρατηρούμε ότι το **πάχος των ψηλότερων επιπέδων είναι μεγαλύτερο**, με αποτέλεσμα η αντίσταση καθώς πάμε προς τα πάνω να μειώνεται.

Για αυτό τον λόγο, όταν σχεδιάζουμε γίνεται συνήθως μια συγκεκριμένη ανάθεση των μετάλλων στα **κρίσιμα σήματα**, δηλ. (α) αγωγούς ρεύματος, (β) ρολόγια, ως εξής:

- Αγωγοί Ρεύματος : Vdd!, Gnd! – M1 οριζόντια, M2 κάθετα – χρειάζονται συνδέσεις στο υπόστρωμα.
- Ρολόγια : M3 ή 4 για τις μακριές συνδέσεις, M2-3 για τις κοντινές.

## Μοντελοποίηση Διασύνδεσης



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

Έχοντας αναλύσει την χωρητικότητα και την αντίσταση των αγωγών, τώρα μπορούμε να μοντελοποιήσουμε για να μπορούμε να αναλύουμε την καθυστέρηση της με απλό τρόπο.

Το πιο απλό μοντέλο για έναν αγωγό μικρής αντίστασης (μικρού-μεσαίου μήκους) είναι να θεωρήσουμε την αντίσταση του αμελητέα και να συγχωνεύσουμε τις επιμέρους χωρητικότητες (στα μέρη του, επίπεδα, διεπαφές, κτλ.) σαν έναν συνολικό πυκνωτή Clumped.

Έτσι, ένα ψηφιακό κύκλωμα που οδηγεί έναν αγωγό με το απλό μοντέλο Clumped, πρακτικά μοντελοποιείται ως:

- Αντίσταση για την πύλη που οδηγεί (ανάλογη με το πόσο ρεύμα μπορεί να οδηγήσει στην έξοδο).
- Χωρητικότητα για τον αγωγό Clumped.

Με αυτό το μοντέλο όλες οι συνδέσεις μοντελοποιούνται ως απλές RC καθυστερήσεις.

## Περιεχόμενα

---

- ▶ Διασυνδέσεις
- ▶ Μοντελοποίηση των Παρασιτικών
- ▶ Διασυνδέσεις σε ένα Πραγματικό Κύκλωμα
- ▶ Παρασιτική Χωρητικότητα Διασύνδεσης
- ▶ Μοντέλα Χωρητικότητας
  - ▶ Μοντέλα Παράλληλου Πυκνωτή και Πλευρικών
- ▶ Μοντέλο Αντίστασης
  - ▶ Αντίσταση ανά τετράγωνο –  $R_{\square}$
- ▶ **Μοντέλα RC**
  - ▶ Μοντέλο Elmore ως (α) συγχωνευμένη RC, (β) κατανεμημένη RC

---

▶ HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

## Μοντέλο RC Καθυστέρησης Elmore

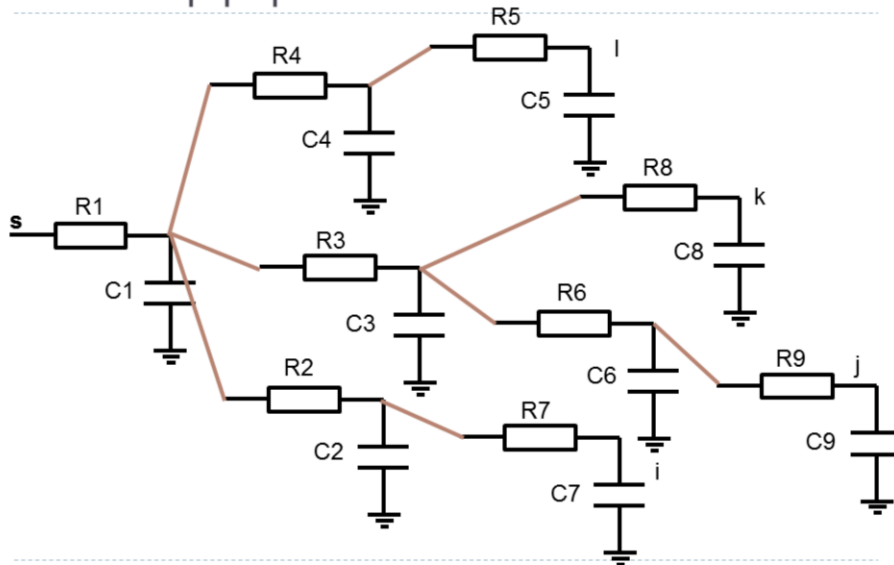
---

- ▶ Για δέντρα αντιστάσεων-πυκνωτών με τις παρακάτω ιδιότητες:
  - ▶ Μια είσοδο  $s$
  - ▶ Ένα κόμβο  $i$  προς τον οποίον μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε ένα μοντέλο RC (λ.χ. καθυστέρηση)
  - ▶ Όλες τις χωρητικότητες προς την γείωση (ή πηγή)
  - ▶ Που δεν εμπεριέχουν κλειστούς βρόχους αντιστάσεων (παράλληλες αντιστάσεις δηλαδή)
- ▶ Υπάρχει 1 μοναδικό RC μονοπάτι μεταξύ  $s \rightarrow i$
- ▶ Η προσέγγιση Elmore μπορεί να μας υπολογίσει το ισοδύναμο  $\tau$  για οποιοδήποτε κόμβο  $i$  του δέντρου από το  $s$ .

---

▶ HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

## Καθυστέρηση Elmore



HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014



## Καθυστέρηση Elmore

▶ Ορίζουμε  $R_{ik}$ :

- ▶ κοινή αντίσταση μεταξύ  $i$  και  $k$  από το  $s$ :

$$R_{ik} = \sum R_j \Rightarrow (R_j \in [\text{paths}(s \rightarrow i) \cap \text{paths}(s \rightarrow k)])$$

- ▶ Τότε με όλους τους κόμβους εκφορτισμένους και μια είσοδο  $0 \rightarrow 1$  ή  $1 \rightarrow 0$ , το ισοδύναμο  $\tau = RC$  από το  $s$  στο  $i$  είναι:

$$\tau_{Di} = \sum_{k=1}^n C_k R_{ik}$$

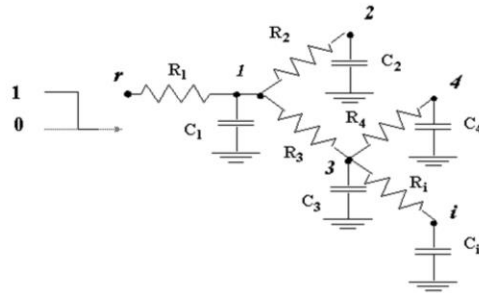
- ▶ Δηλαδή πολλαπλασιάζουμε **όλους τους πυκνωτές  $k$**  με την κοινή αντίσταση μεταξύ  $i$  και  $k$  από το  $s$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

Ο τύπος της καθυστέρησης Elmore είναι προσεγγιστικός και ίσος με την  $1^{\eta}$  συνιστώσα απόκρισης του RC δέντρου σε έναν παλμό. Επιπλέον το  $\tau$  που προκύπτει είναι πεσιμιστικό και λειτουργεί ως πάνω όριο στην καθυστέρηση.

Η προσέγγιση καθυστέρησης Elmore χρησιμοποιείται κατά κόρον είτε για χειρονακτική σχεδίαση, είτε και σε εργαλεία EDA μια και επιτρέπει με ακρίβεια και ευκολία την *σχετική βελτιστοποίηση* ως προς τα  $R$ ,  $C$  για πολύπλοκες δομές!

## Καθυστέρηση RC – Μοντέλο Elmore - 1



$$R_{ik} = \sum R_j \Rightarrow (R_j \in [\text{path}(s \rightarrow i) \cap \text{path}(s \rightarrow k)])$$

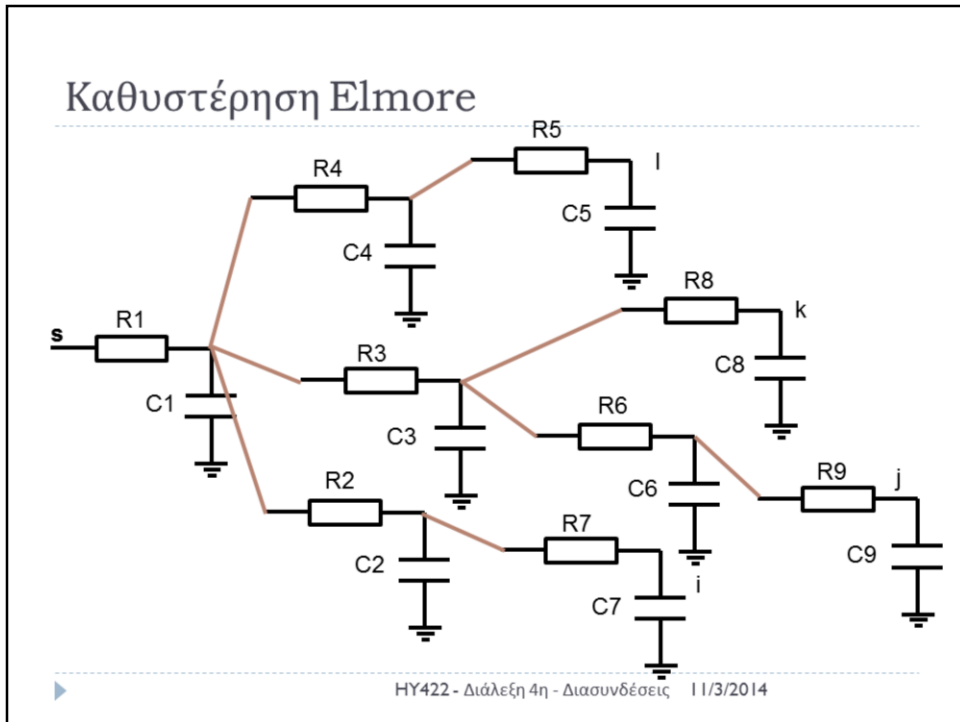
$$\tau_{Di} = \sum_{k=1}^N C_k R_{ik}$$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Στο παραπάνω παράδειγμα η καθυστέρηση στον κόμβο  $i$  είναι:

$$\tau_{Di} = C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_3 (R_1 + R_3) + C_4 (R_1 + R_3) + C_i (R_1 + R_3 + R_i)$$

## Καθυστέρηση Elmore



Στο παραπάνω πιο πολύπλοκο παράδειγμα οι καθυστερήσεις έχουν ως εξής:

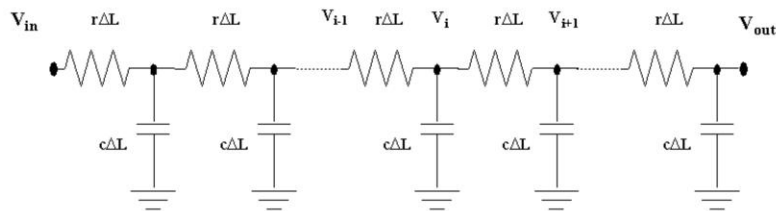
$$\tau_{Dl} = C1.R1 + C2.R1 + C3.R1 + C4.(R1 + R4) + C5.(R1+R4+R5) + C6.R1 + C7.C1 + C8.R1 + C9.R1$$

$$\tau_{Dk} = C1.R1 + C2.R1 + C3.(R1+R3) + C4.R1 + C5.R1 + C6.(R1+R3) + C7.R1 + C8.(R1+R3+R8) + C9.(R1+R3)$$

$$\tau_{Dj} = C1.R1 + C2.R1 + C3.(R1+R3) + C4.R1 + C5.R1 + C6.(R1+R3+R6) + C7.R1 + C8.(R1+R3) + C9.(R1+R3+R6+R9)$$

$$\tau_{Di} = C1.R1 + C2.(R1+R2) + C3.R1 + C4.R1 + C5.R1 + C6.R1 + C7.(R1+R2+R7) + C8.R1 + C9.R1$$

## Καθυστέρηση RC – Μοντέλο Elmore - 2



## Τμηματική καθυστέρηση

$$\tau_N = \sum_{i=1}^N R_i \sum_{j=i}^N C_j = \sum_{i=1}^N C_i \sum_{j=1}^i R_j$$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις | 11/3/2014

## Καθυστέρηση Elmore για Αγωγό N τμημάτων

Υπόθεση: Ο αγωγός αποτελείται από **N** ίσα, όμοια τμήματα

$$\tau_{DN} = \left(\frac{L}{N}\right)^2 (rc + 2rc + \dots + Nrc) = (rcL^2) \frac{N(N+1)}{2N^2} = RC \frac{N+1}{2N}$$

Για μεγάλες τιμές του **N**:

$$\tau_{DN} = \frac{RC}{2} = \frac{rcL^2}{2}$$

HY422 - Διάλεξη 4η - Διασυνδέσεις 11/3/2014

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι:

- η καθυστέρηση ενός αγωγού σήματος είναι ανάλογη με  $L^2$ , δηλ. διπλασιάζοντας το  $L$  τετραπλασιάζουμε την καθυστέρηση.
- για μεγάλες τιμές του  $N$  η συμβατική καθυστέρηση Elmore (χωρίς τα  $\Delta L$ ) θα ήταν η διπλάσια της παραπάνω (αν δεν υπολογίζαμε για  $\Delta L$  την τάση καθώς  $N \rightarrow$  μεγάλες τιμές). Έτσι, φαίνεται η πεσιμιστική φύση της καθυστέρησης Elmore.

## Συμπεράσματα - Κανόνες

- ▶ Οι καθυστερήσεις RC των αγωγών πρέπει να εξετάζονται όταν:

1.  $t_{pRC}$  συγκρίσιμο με  $t_{pgate}$  της πύλης που οδηγεί

$$L_{crit} \gg \sqrt{t_{pgate} / 0.69RC}$$

2.  $t_{r/f}$  μικρότερο από RC

$$t_{r/f} < RC$$

- ▶ διαφορετικά η αλλαγή του σήματος είναι πιο αργή από την καθυστέρηση του αγωγού του σήματος...