

## HY330 – Ψηφιακά Κυκλώματα - Εισαγωγή στα Συστήματα VLSI

Διδάσκων: Χ. Σωτηρίου, Βοηθοί: θα ανακοινωθούν

<http://inf-server.inf.uth.gr/courses/CE330>

I

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

### Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 2

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

- ▶ **Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων**
  - ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ 3
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

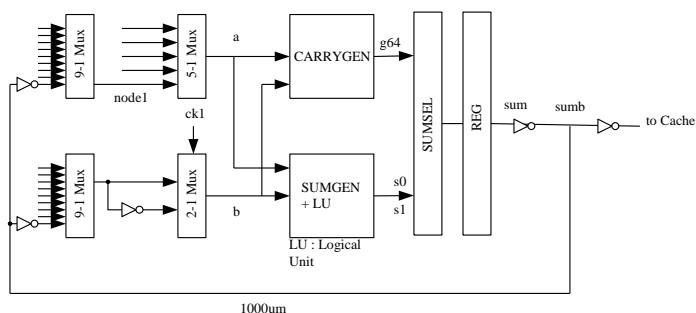
## Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων

Κατηγορίες	Παραδείγματα
Αριθμητικές, Λογικές Μονάδες	Αθροιστές, Πολλαπλασιαστές, Ολισθητές, Συγκριτές, κτλ.
Μνήμη	RAM, ROM, ουρές, καταχωρητές
Κυκλώματα Ελέγχου	Μετρητές, Μηχανές Πεπερασμένων Καταστάσεων
Κυκλώματα Διασυνδεσιμότητας	Δρομολογητές (Switches), Διαιτητές (Arbiters), Κυκλώματα Διαύλων (Bus)

▶ 4

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Παράδειγμα Επεξεργαστή

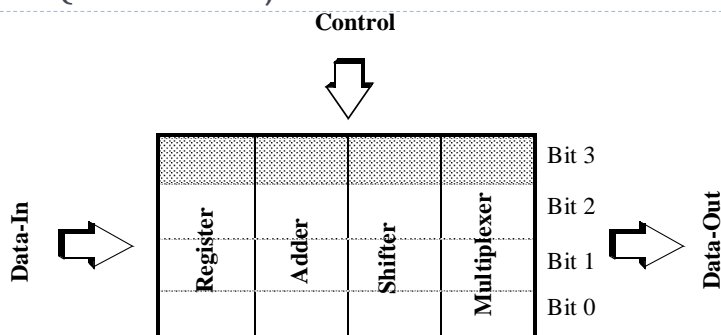


- Μονάδες Εκτέλεσης Itanium (x6 στον επεξεργαστή)

► 5

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Δομή κυκλώματος κατατετμημένου ανά ψηφίο (bit-sliced)

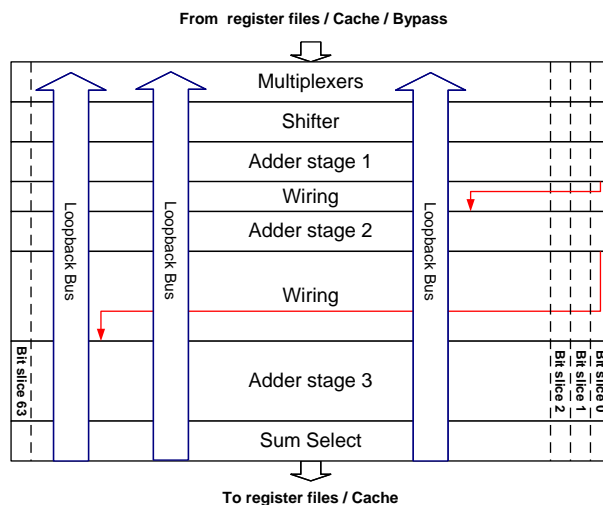


- Η μεθοδολογία κατάτμησης ανά bit χωροθετεί
  - Οριζοντίως τα ψηφία των δρώμενων
    - Είσοδος και Έξοδος οριζόντια
  - Καθέτως τα τμήματα των κυκλώματα επεξεργασίας τους
    - Σήματα Ελέγχου κάθετα

► 6

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

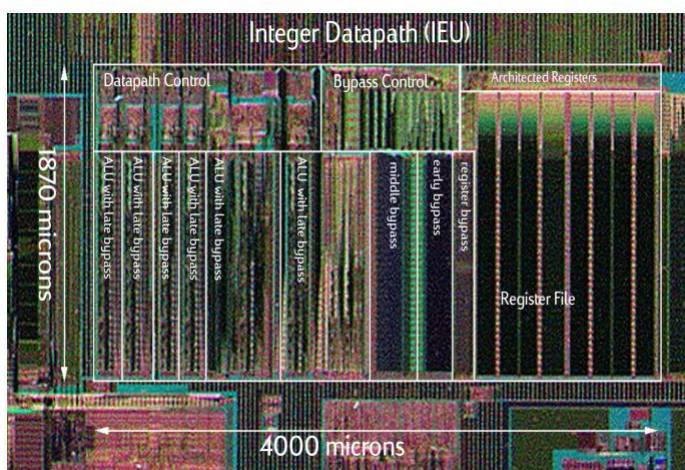
## Δομή κυκλώματος κατατετμημένου ανά ψηφίο (bit-sliced)



► 7

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Itanium – Ακέραιο Τμήμα Δεδομένων



► 8

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

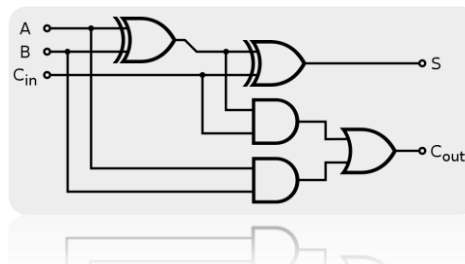
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ **Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή**
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ 9
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πλήρης Αθροιστής (Full Adder)

a	b	ci	co	s	κρατούμενο
0	0	0	0	0	αναίρεση
0	0	1	0	1	αναίρεση
0	1	0	0	1	προώθηση
0	1	1	1	0	προώθηση
1	0	0	0	1	προώθηση
1	0	1	1	0	προώθηση
1	1	0	1	0	ανάθεση
1	1	1	1	1	ανάθεση

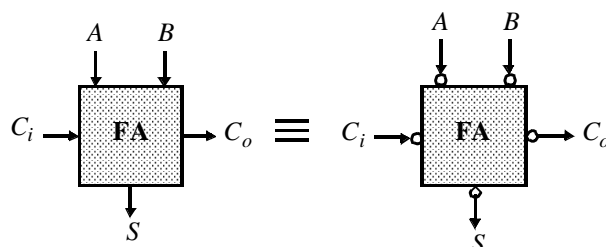


$$\begin{aligned}
 s &= a'b'ci + a'bci' + ab'ci' + abci = \\
 &= ci(a'b' + ab) + ci'(a'b + ab') = \\
 &= ci(a(+)'b) + ci'(a(+)b) = a(+)b(+)c \\
 co &= a'bci + ab'ci + abci' + abci = \\
 &= ab(ci + ci') + ci(a'b + ab') = ab + ci(a(+)b)
 \end{aligned}$$

▶ 10

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Ιδιότητα Αντιστροφής



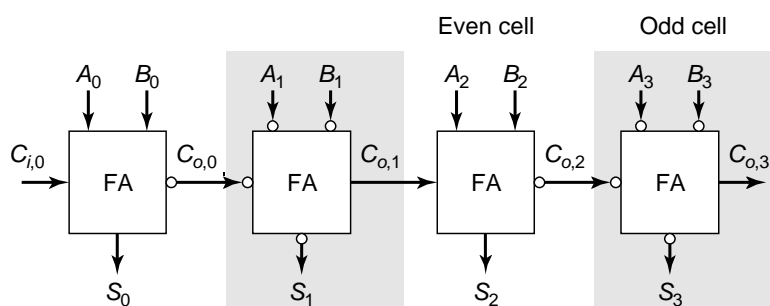
$$\bar{S}(A, B, C_i) = S(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}_i)$$

$$\bar{C}_o(A, B, C_i) = C_o(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}_i)$$

► I1

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Ιδιότητα Αντιστροφής



**Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα Αντιστροφής**

► I2

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015



## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ I5

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Έμμεση Υλοποίηση και Σήματα

a	b	ci	co	s	κρατούμενο
0	0	0	0	0	αναίρεση
0	0	1	0	1	αναίρεση
0	1	0	0	1	προώθηση
0	1	1	1	0	προώθηση
1	0	0	0	1	προώθηση
1	0	1	1	0	προώθηση
1	1	0	1	0	ανάθεση
1	1	1	1	1	ανάθεση

- ▶ Σε κάποιες υλοποιήσεις αθροιστών οι έξοδοι (s, co) προκύπτουν από έμμεσες εκφράσεις:

- ▶  $G = A \cdot B$
- ▶  $D = A' \cdot B'$
- ▶  $P = A + B$  ή
- ▶  $P = A (+) B$

- ▶ Έτσι, οι εκφράσεις για co, s μετατρέπονται ως εξής:

- ▶  $co = G + P \cdot ci$  και
- ▶  $s = p (+) ci$

▶ I6

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015



## Περιεχόμενα

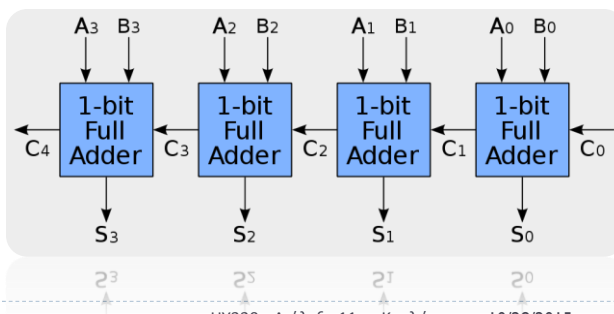
- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ **Σειριακό Κρατούμενο**
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 17

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Σειριακό Κρατούμενο

- ▶ Η απλούστερη υλοποίηση ενός  $n$ -bit αθροιστή
  - ▶ Εν σειρά το κάθε ψηφίο  $n$  παίρνει κρατούμενο από το  $(n-1)$
- ▶ Μειονεκτήματα
  - ▶ Μεγάλης καθυστέρησης κρίσιμο μονοπάτι
    - ▶ Από το  $c_0$  μέχρι το δεξιότερο κρατούμενο



▶ 18

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

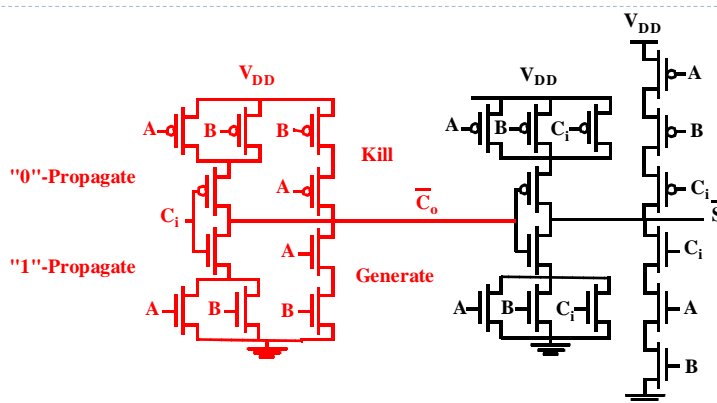
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζιστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζιστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 19

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Mirror – «Καθρέφτης»



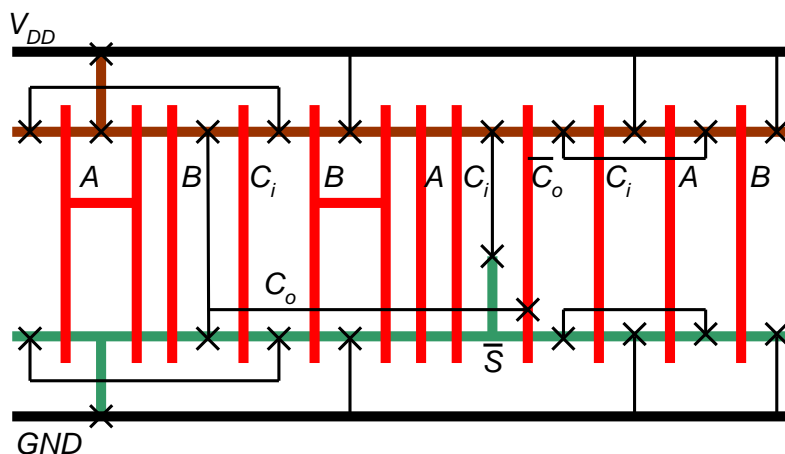
**24 transistors**

- ▶ Βασίζεται στις:  $c_o = G + P \cdot c_i$ ,  $s = p (+) \cdot c_i$ ,  $d = a' \cdot b'$ ,  $g = a \cdot b$ ,  $p = a + b$

▶ 20

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Γράμμο-διάγραμμα Αθροιστή Mirror



► 21

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Mirror

- Μέχρι 2 τρανζίστορ σε σειρά στο κρατούμενο
- Τρανζίστορ Ci κοντά στην έξοδο
- Στην σχεδίαση της διάταξης ο σημαντικότερος περιορισμός είναι η μείωση της χωρητικότητας Co
  - μείωση των 4 χωρητικότητων διάχυσης!
- Η χωρητικότητα στο Co αναλογεί σε
  - 4 εσωτερικές διάχυσης
  - 2 εσωτερικές πύλης-εξόδου
  - 6 εξωτερικές
- Τρανζίστορ του S → ελάχιστο μέγεθος

► 22

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

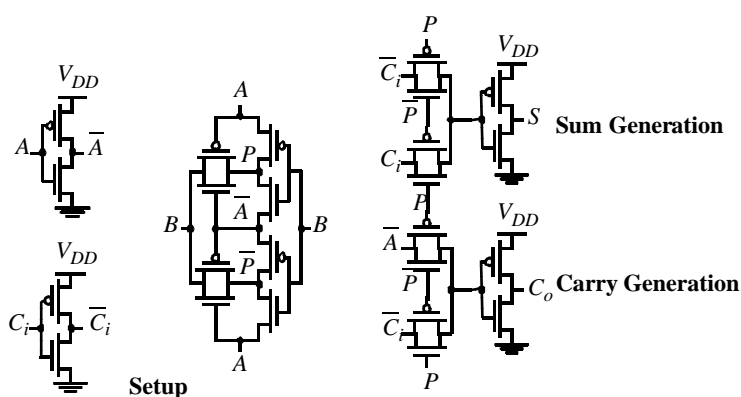
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ **Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης**
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 23

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης



▶ 24 τρανζίστορ

▶ 24

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

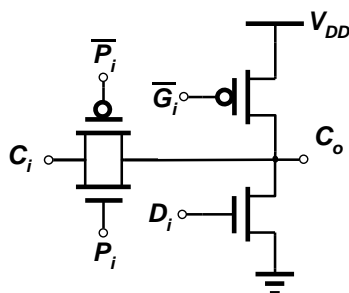
- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ **Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης**
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 25

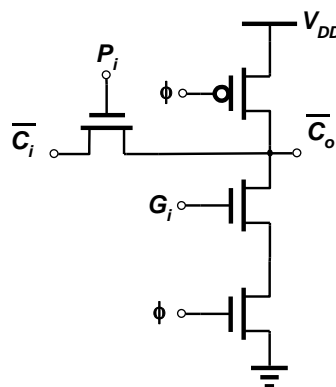
HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester (Manchester Carry Chain) - 1

- ▶ Απλοποίηση του αθροιστή με τρανζίστορ διέλευσης:



(α) Στατική Υλοποίηση

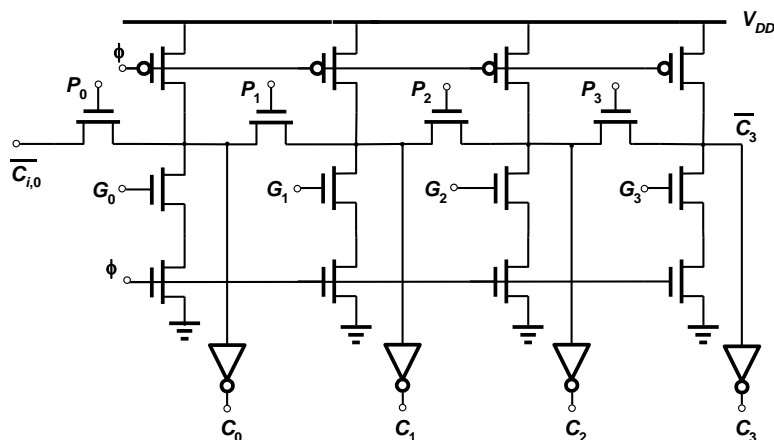


(β) Δυναμική Υλοποίηση

▶ 26

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester (Manchester Carry Chain) - 2



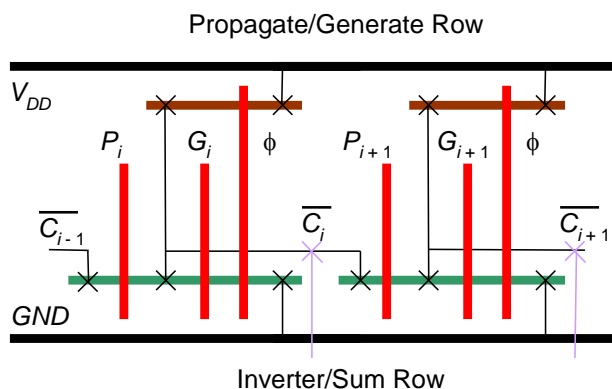
$$c1 = G0 + P0 c0,$$

$$c2 = G1 + P1 c1 = G1 + P1 (G0 + P0 c0), \dots$$

► 27

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

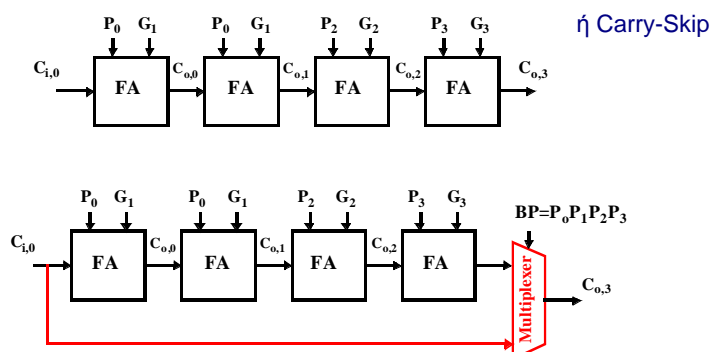
## Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester (Manchester Carry Chain) – Γράμμο-Διάγραμμα



► 28

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Παράκαμψης (Carry-Bypass/Skip)

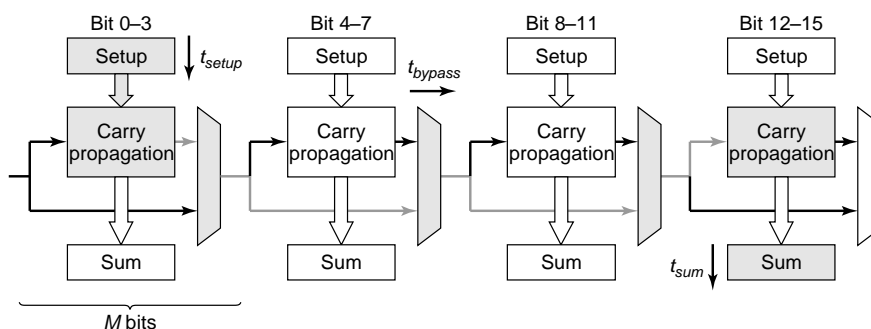


If ( $P_0 P_1 P_2 P_3$ )  
 $C_{o,3} = 1$   
 else  $C_{o,3} = C_{i,0}$   
 else GENERATE or DELETE

► 29

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Παράκαμψης (Carry-Bypass/Skip)



$$t_{\text{adder}} = t_{\text{setup}} + M t_{\text{carry}} + (N/M - 1) t_{\text{bypass}} + (M - 1) t_{\text{carry}} + t_{\text{sum}}$$

► 30

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

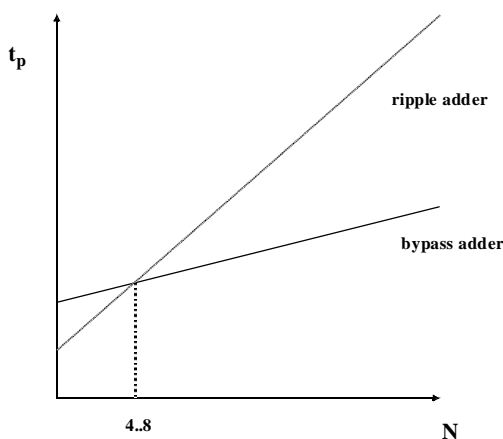
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 31

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα  
Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Παράκαμψης (Carry-Bypass/Skip)



▶ 32

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα  
Δεδομένων 10/28/2015



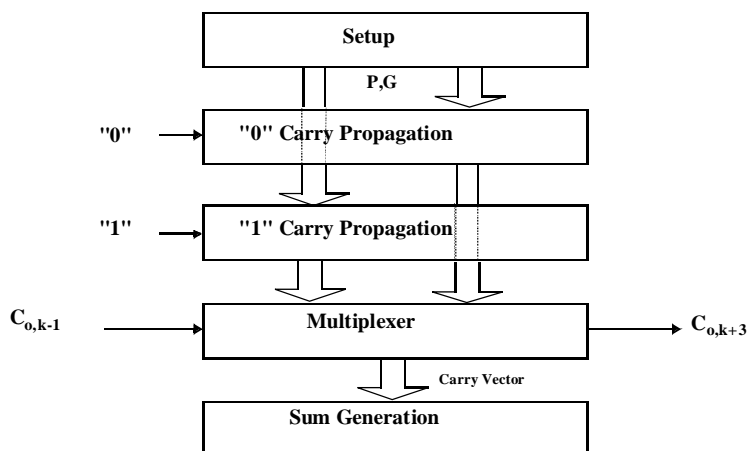
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 33

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

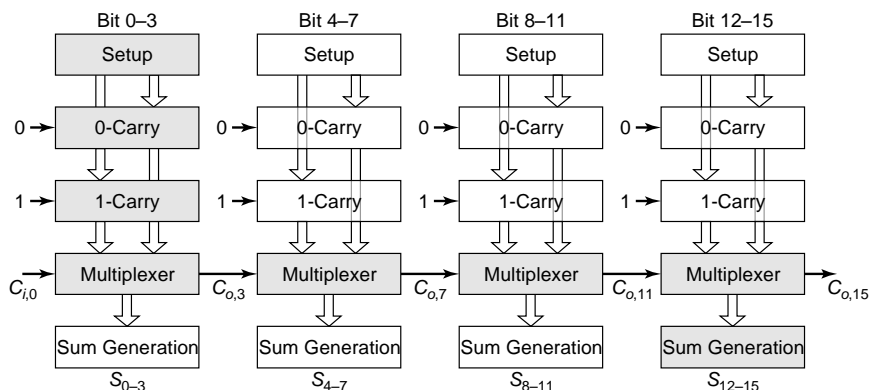
## Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου



▶ 34

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου - Γραμμικός

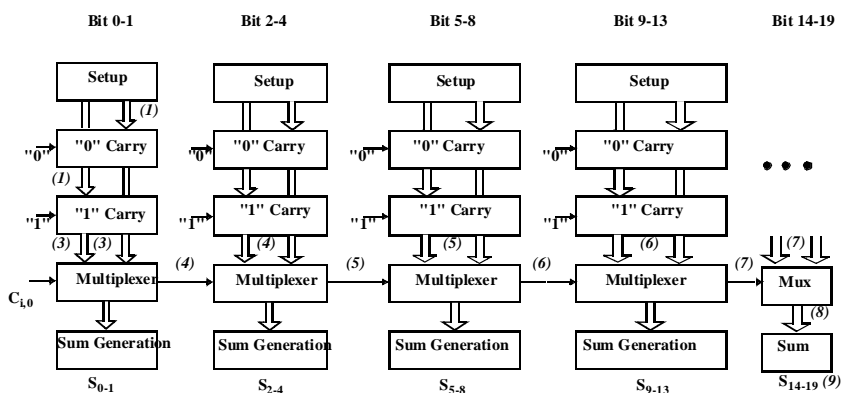


$$t_{add} = t_{setup} + \left(\frac{N}{M}\right)t_{carry} + Mt_{mux} + t_{sum}$$

► 35

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

## Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου - Ρίζας

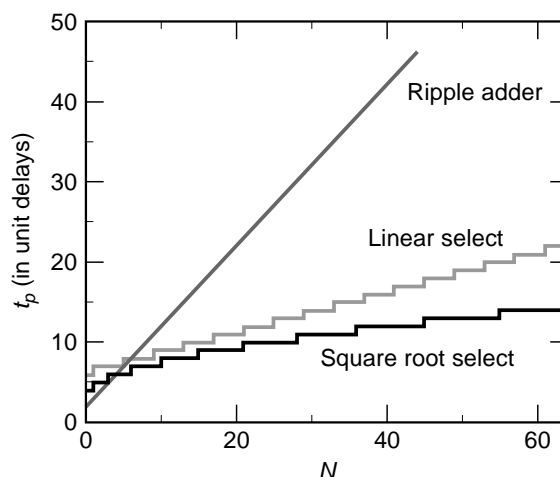


$$t_{add} = t_{setup} + P \cdot t_{carry} + (\sqrt{2N})t_{mux} + t_{sum}$$

► 36

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

## Αθροιστής Επιλογής Κρατούμενου – Ρίζας



▶ 37

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατούμενου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατούμενου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ **Πρόγνωση Κρατούμενου (Carry Lookahead)**
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατούμενων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατούμενου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 38

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου

- ▶ Ο βασικός στόχος είναι να μειωθεί η μεγάλη καθυστέρηση της αλυσίδας των κρατουμένων των  $n$ -bit
- ▶ Βασική ιδέα
  - ▶ Ακριβής πρόγνωση κρατουμένου πριν αυτό προκύψει από τις εξισώσεις
- ▶ Για ομάδες  $n$ -bit (όπου συνήθως  $n \sim 4$ )
  - ▶ Υπολογίζεται η πρόγνωση του κρατουμένου
  - ▶ αυτή προωθείται στην επόμενη ομάδα
  - ▶ Η καθυστέρηση της πρόγνωσης είναι σημαντικά μικρότερη από τον σειριακή προώθηση του κρατουμένου

▶ 39

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου - Γένεση, Προώθηση

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Στην πρόσθεση <math>A + B</math> παράγεται κρατούμενο μόνο όταν <math>AB</math>:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ <math>G = AB</math></li> </ul> </li> <li>▶ Ένα κρατούμενο προάγεται στο επόμενο ψηφίο όταν:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ <math>P = A + B</math></li> </ul> </li> <li>▶ Το κρατούμενο μπορεί να εκφραστεί ως:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ <math>c_0 = G + P \quad c_i</math></li> </ul> </li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Για <math>n=4</math>-bits:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ <math>c_1 = G_0 + P_0 \quad c_0</math></li> <li>▶ <math>c_2 = G_1 + P_1 \quad c_1 = G_1 + P_1 (G_0 + P_0 \quad c_0) = G_1 + G_0 P_1 + c_0 P_0 P_1</math></li> <li>▶ <math>c_3 = G_2 + G_1 P_2 + G_0 P_1 P_2 + c_0 P_0 P_1 P_2</math></li> <li>▶ <math>c_4 = G_3 + G_2 P_3 + G_1 P_2 P_3 + c_0 P_0 P_1 P_2 P_3</math></li> </ul> </li> </ul> |
|--|--|

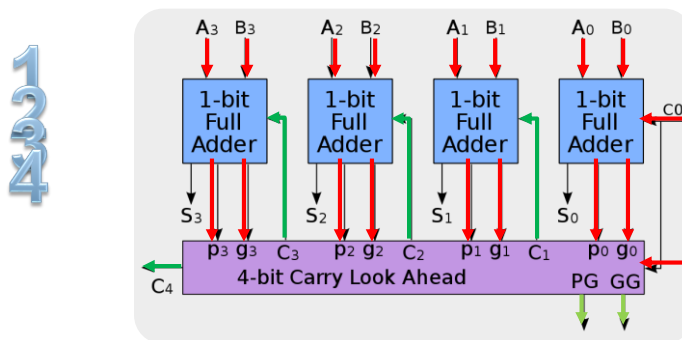
Ομοιόμορφη εξίσωση

▶ 40

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου – 4-bit Αθροιστής

- ▶  $C_4 = (G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + G_0P_1P_2P_3) + C_0(P_0P_1P_2P_3)$
- ▶  $PG = P_0P_1P_2P_3$
- ▶  $GG = G_3 + G_2P_3 + G_1P_2P_3 + G_0P_1P_2P_3$
- ▶  $C_4 = GG + C_0 PG$



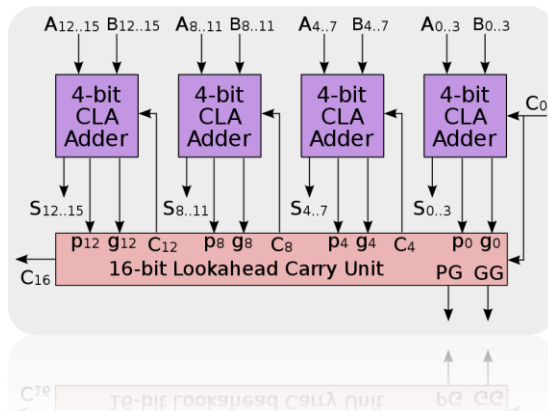
▶ 41

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου – 16-bit Αθροιστής

- ▶ Ιεραρχικά η μονάδα LCU υπολογίζει τα:

- ▶  $PG,$
- ▶  $GG$
- ▶  $c_{16}$

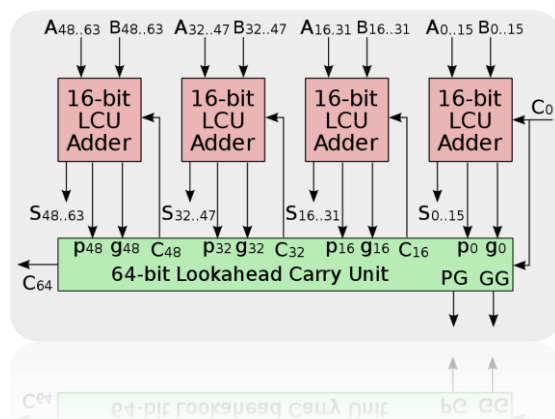


▶ 42

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου – 64-bit Αθροιστής

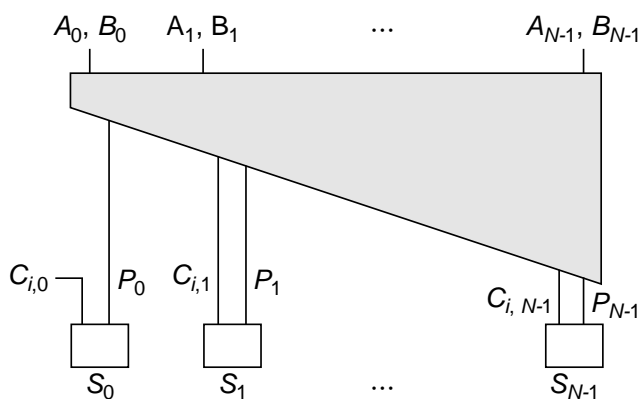
### ► Ίδια ιδέα με 2<sup>ο</sup> επίπεδο ιεραρχίας



► 43

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αθροιστής Πρόγνωσης Κρατουμένου (Lookahead)



$$C_{o,k} = f(A_k, B_k, C_{o,k-1}) = G_k + P_k C_{o,k-1}$$

► 44

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

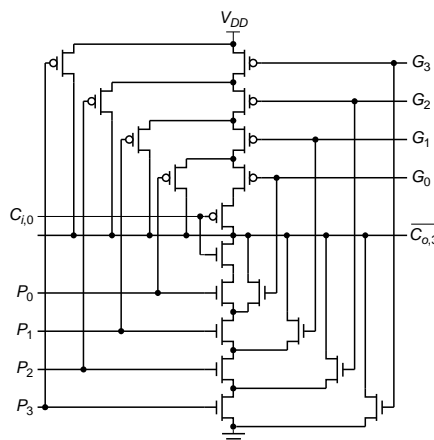
## Πρόγνωση Κρατουμένου - επίπεδο τρανζίστορ

Εξισώσεις Κρατουμένου :

$$C_{\alpha, k} = G_k + P_k(G_{k-1} + P_{k-1}C_{\alpha, k-2})$$

Πλήρης Ανάπτυξη:

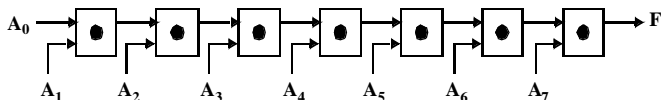
$$C_{\alpha, k} = G_k + P_k(G_{k-1} + P_{k-1}(\dots + P_1(G_0 + P_0C_{i,0})))$$



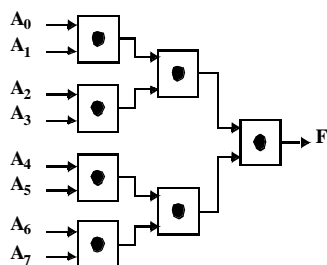
► 45

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πρόγνωση Κρατουμένου - Γραμμική ή Λογαριθμική Διάταξη



$$t_p \sim N$$



$$t_p \sim \log_2(N)$$

- διάταξη δέντρου κατά τον υπολογισμό συνεπάγεται λογαριθμική καθυστέρηση!

► 46

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Adders

### ► Prefix Sum

$$y_0 = x_0$$

$$y_1 = x_0 + x_1$$

$$y_2 = x_0 + x_1 + x_2$$

input numbers	1	2	3	4	5	6	...
prefix sums	1	3	6	10	15	21	...

### ► Parallel Prefix Sums Problem is defined as:

Given:	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_{k-1}$
Find:	$x_0$	$x_0 + x_1$	$x_0 + x_1 + x_2$	$x_0 + x_1 + x_2 + x_3$		$x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{k-1}$

► 47

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Carry Operator for CLA Adders

### ► Define $(g', p') \text{ c } (g'', p'') = (g, p) \Leftrightarrow$

►  $g = g'' + g' p''$ , and

►  $p = p' p''$

### ► Carry Operator Properties

#### ► Associative

►  $((g_0, p_0) \text{ c } (g_1, p_1)) \text{ c } (g_2, p_2) = (g_0, p_0) \text{ c } ((g_1, p_1) \text{ c } (g_2, p_2))$

#### ► **NOT** Commutative

►  $(g_0, p_0) \text{ c } (g_1, p_1) \neq (g_1, p_1) \text{ c } (g_0, p_0)$

### ► Associative nature of Carry Operator can be used to Compute Prefix Carry Networks!

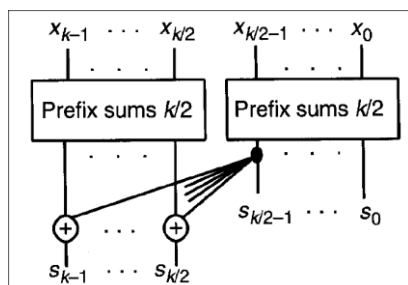
► 48

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015



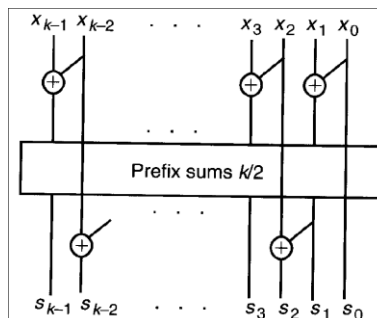
## Parallel Prefix Carry Networks

- ▶ PPCN built using two  $k/2$ -input networks and  $k/2$  adders



- ▶  $D(k) = D(k/2) + 1 = \log_2 k$
- ▶  $C(k) = 2C(k/2) + k/2 = (k/2) \log_2 k$

- ▶ PPCN built using one  $k/2$ -input network and  $k - 1$  adders



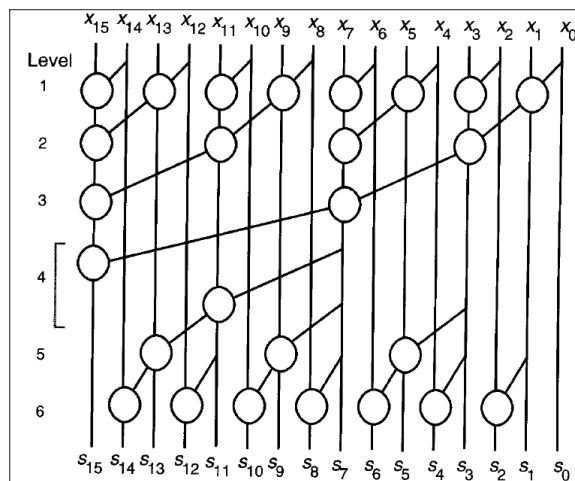
- ▶  $D(k) = D(k/2) + 2 = 2\log_2 k - 1$
- ▶  $C(k) = C(k/2) + k - 1 = 2k - 2 - \log_2 k$

▶ 49

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Carry Networks

- ▶ Brent-Kung 16-input Parallel Prefix Adder

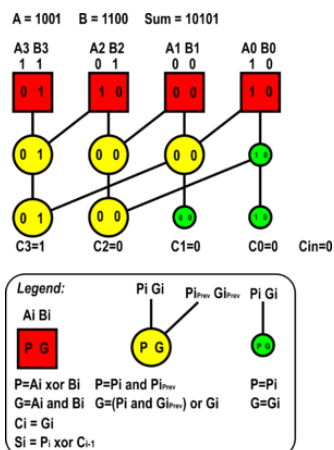


▶ 50

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Carry Networks

### ► Kogge-Stone 6-input Parallel Prefix Adder

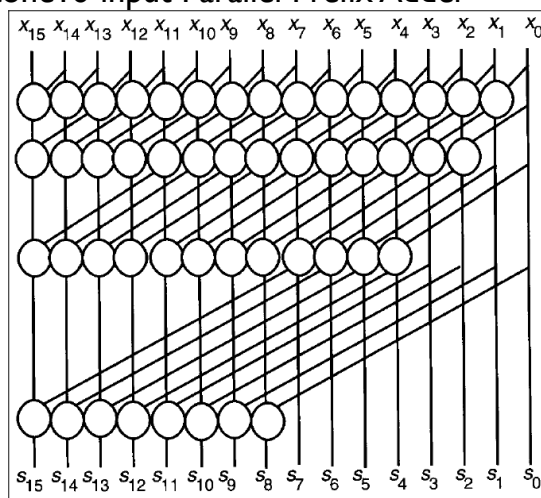


► 51

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Carry Networks

### ► Kogge-Stone 16-input Parallel Prefix Adder



► 52

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Carry Networks

### ► Radix and Sparsity

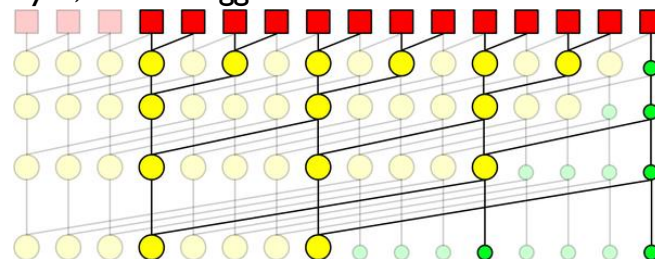
#### ► Radix

- how many carry results (from the previous level of computation) are used to generate the current carry level (all 2 so far)

#### ► Sparsity

- Number of carry bits generated by tree

### ► Sparsity 4, 16-bit Kogge-Stone Adder



► 53

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Parallel Prefix Sum Computation

### ► A prefix sum can be calculated in parallel by the following steps.

- Compute the sums of consecutive pairs of items in which the first item of the pair has an even index:  $z_0 = x_0 + x_1, z_1 = x_2 + x_3$ , etc.
- Recursively compute the prefix sum  $w_0, w_1, w_2, \dots$  of the sequence  $z_0, z_1, z_2, \dots$
- Express each term of the final sequence  $y_0, y_1, y_2, \dots$  as the sum of up to two terms of these intermediate sequences:  $y_0 = x_0, y_1 = z_0, y_2 = z_0 + x_2, y_3 = w_0$ , etc. After the first value, each successive number  $y_i$  is either copied from a position half as far through the  $w$  sequence, or is the previous value added to one value in the  $x$  sequence.

► 54

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Δέντρα Κρατουμένων

$$C_{0,0} = G_0 + P_0 C_{i,0}$$

$$C_{0,1} = G_1 + P_1 G_0 + P_1 P_0 C_{i,0}$$

$$C_{0,2} = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 G_0 + P_2 P_1 P_0 C_{i,0}$$

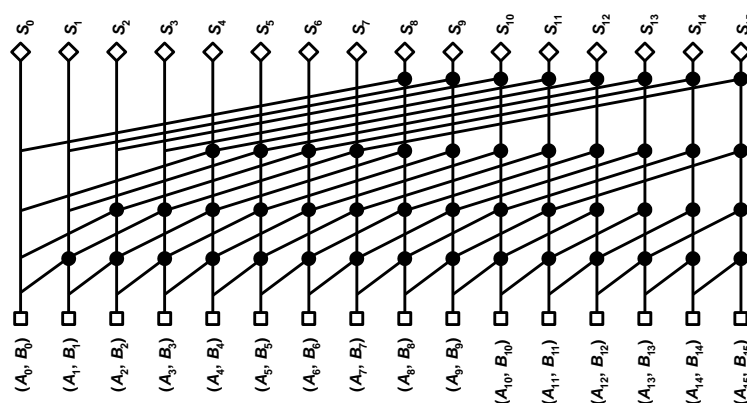
$$= (G_2 + P_2 G_1) + (P_2 P_1)(G_0 + P_0 C_{i,0}) = G_{2:1} + P_{2:1} C_{0,0}$$

- ▶ Ορίζουμε σύνθετα σήματα  $G_{x:y}$  και  $P_{x:y}$ , όπως παραπάνω
- ▶ Ορίζουμε πράξη  $\bullet$  (υποκύκλωμα) :
 
$$(G, P) \bullet (G', P') = (G + PG', PP')$$
- ▶ η παραπάνω πράξη μας επιτρέπει να υλοποιήσουμε διαφορετικές αρχιτεκτονικές αθροιστών με πρόγνωση
  - ▶  $(C_{3:0}) = [(G_3, P_3) \bullet (G_2, P_2) \bullet (G_1, P_1) \bullet (G_0, P_0)] \bullet (C_i, 0)$ , και
  - ▶  $(G_{3:0}, P_{3:0}) = (G_{3:2}, P_{3:2}) \bullet (G_{1:0}, P_{1:0})$

▶ 55

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Λογαριθμικός Αθροιστής Πρόγνωσης

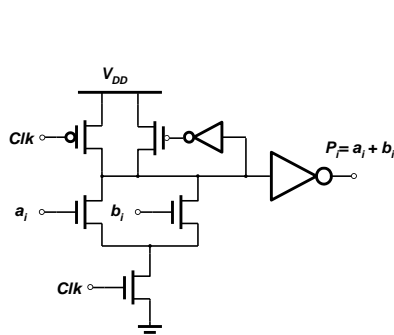


Δέντρο 16-bit, Βάσης-2 Kogge-Stone

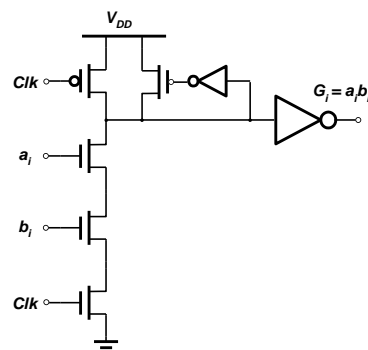
▶ 56

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Δυναμικά Κυκλώματα Πρόγνωσης Κρατουμένου - 1



Propagate

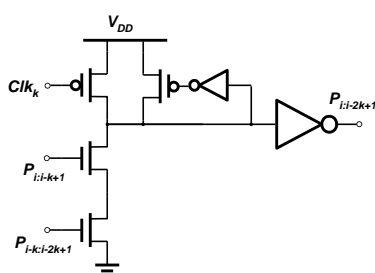


Generate

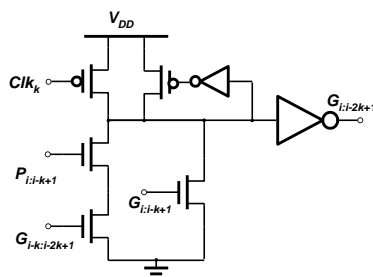
► 57

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

## Δυναμικά Κυκλώματα Πρόγνωσης Κρατουμένου - 2



Propagate

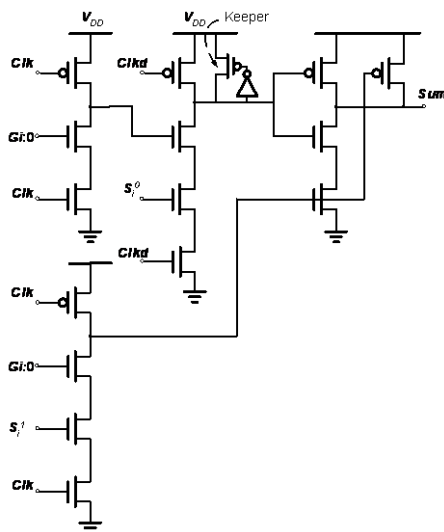


Generate

► 58

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

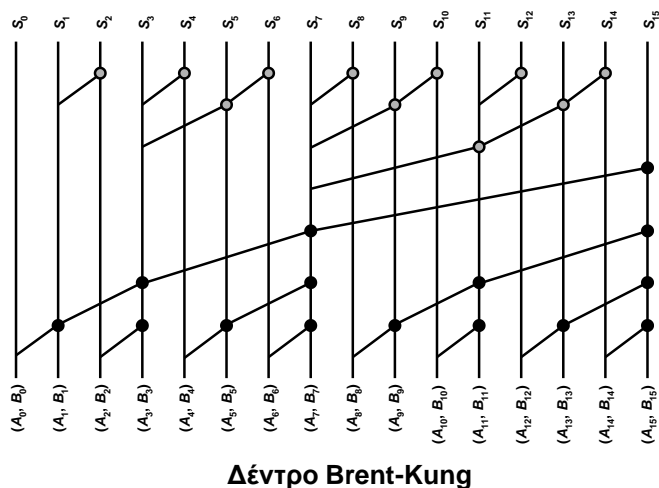
## Δυναμικά Κυκλώματα Πρόγνωσης Κρατούμένου - 3 - Έξοδος Αθροίσματος



► 59

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

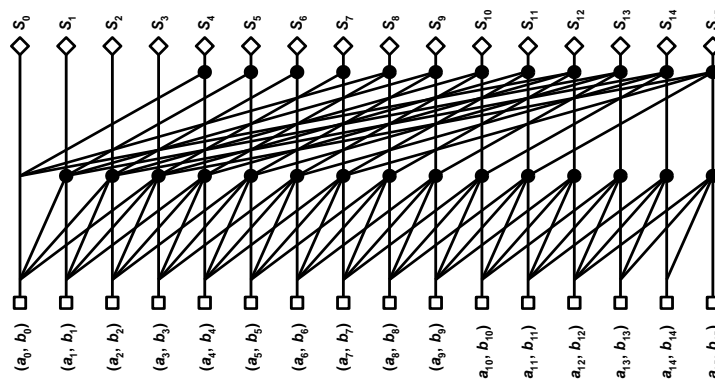
## Λογαριθμικός Αθροιστής Πρόγνωσης - 2



► 60

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

## Λογαριθμικός Αθροιστής Πρόγνωσης - 3



**Δέντρο 16-bit, Βάσης-4 Kogge-Stone**

▶ 61

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ **Πολλαπλασιασμός**
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 62

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αλγόριθμος Πολλαπλασιασμού

```

► MULTIPLY(x, y, m)
  // Είσοδοι - x : πολλαπλασιαστέος, y : πολλαπλασιαστής, Έξοδος - m : γινόμενο
  {
    n = LENGTH(y);
    m = 0;
    t = x; // ολισθητής //
    for i in 1 to n // για κάθε ψηφίο του y //
    {
      if (y[i] == 1)
        m = m + t; // πρόσθεση μερικού παράγοντα //
      t = t << 1; // ολίσθηση 1 ψηφίο δεξιά για κάθε ψηφίο του y //
    }
    return m;
  }

```

► 63

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πολλαπλασιασμός Μερικών Γινομένων

► **67 x 54**

1 <sup>ο</sup> με 1 <sup>ο</sup>	2 <sup>ο</sup> με 1 <sup>ο</sup>	1 <sup>ο</sup> με 2 <sup>ο</sup>	2 <sup>ο</sup> με 2 <sup>ο</sup>
$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ \hline 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ \hline 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ \hline 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline 28 \\ 240 \\ 350 \\ \hline 3000 + \\ \hline 3618 \end{array}$

► οι τέσσερις αυτοί συνδυασμοί μπορούν να γίνουν σε σύνολα από δυαδικά ψηφία

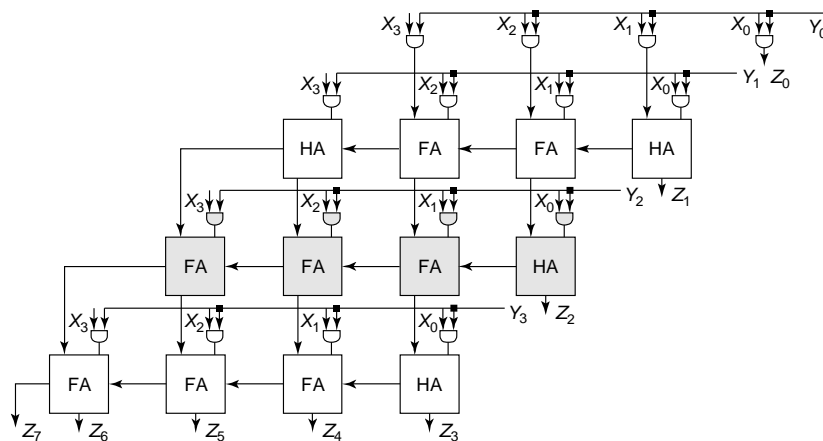
► 64

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015





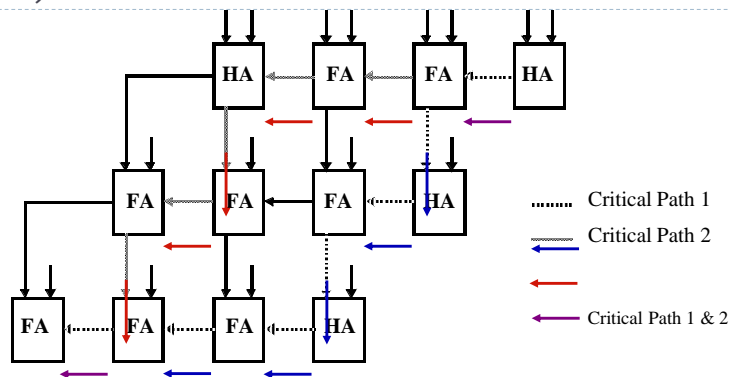
## Πολλαπλασιαστής Πίνακα (Array)



▶ 67

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πολλαπλασιαστής Πίνακα (Array) - Κρίσιμη Οδός



$$t_{mult} \approx [(M-1) + (N-2)]t_{carry} + (N-1)t_{sum} + (N-1)t_{and}$$

▶ NxM πολλαπλασιασμός

▶ 68

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

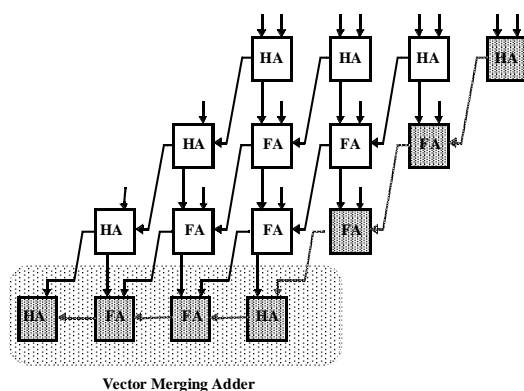
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζιστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζιστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 69

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πολλαπλασιαστής Αποθήκευσης Κρατουμένου (Carry Save)



$$t_{mult} = (N-1)t_{carry} + (N-1)t_{and} + t_{merge}$$

▶ 70

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

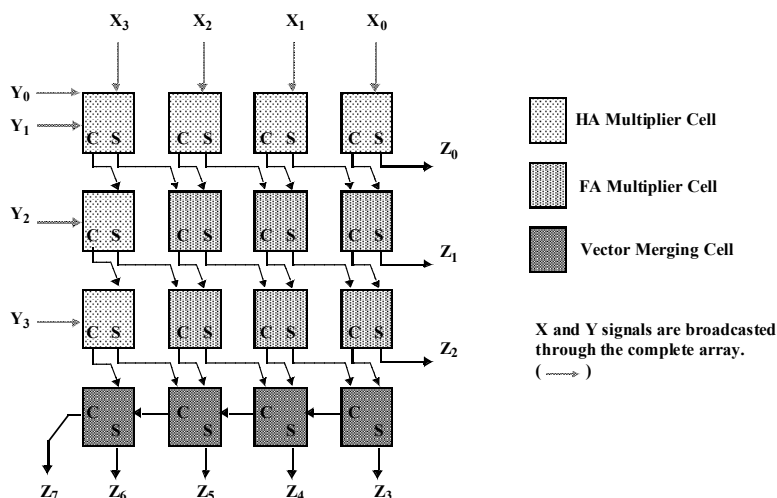
## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζιστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζιστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 71

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή



▶ 72

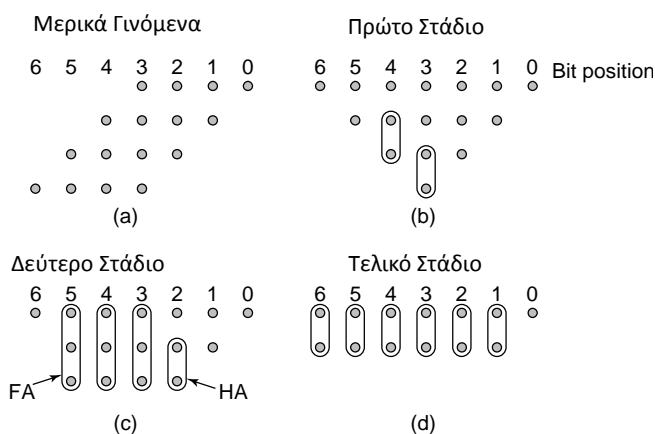
HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ 73
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

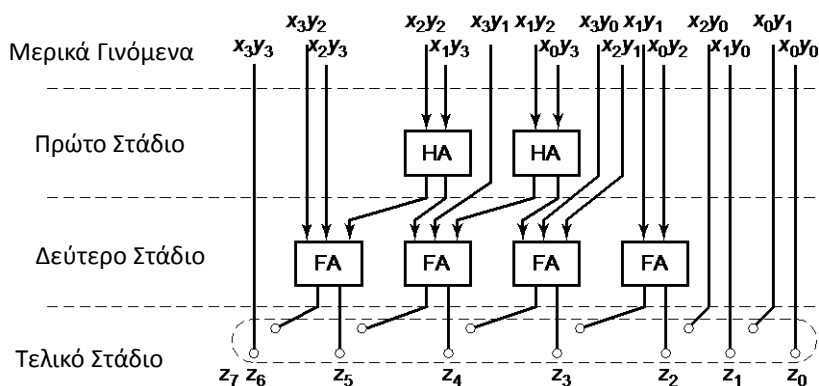
## Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace



▶ 74

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace



► 75

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Περιεχόμενα

- Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - Ιδιότητα Αντιστροφής
- Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- Σειριακό Κρατούμενο
- Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - Γράμμο-διάγραμμα
- Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - Γράμμο-Διάγραμμα
- Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - Γραμμική Υλοποίηση
- Υλοποίηση Ρίζας
- Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- Πολλαπλασιασμός
  - αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- Διάρθρωση
- Ολισθητές

► 76

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Διαίρεση

0111000010 (450)

10001 (17)

Πώς κάνουμε διαίρεση;

► 77

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Διαίρεση

0111000010 (450)

10001 (17)

```

01110
011100
10001
010110
10001
001010
010101
10001
00100
01000

```

11010 (26)

5-bit διαιρέτης < διαιρετέο  
κατεβάζουμε ψηφίο  
ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο  
κατεβάζουμε ψηφίο  
ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο  
κατεβάζουμε ψηφίο, υπόλοιπο < διαιρέτη, 0 στο πηλίκο  
κατεβάζουμε ψηφίο  
Ολίσθηση-αφαίρεση, 1 στο πηλίκο  
κατεβάζουμε ψηφίο, υπόλοιπο < διαιρέτη, 0 στο πηλίκο

► Σε κάθε βήμα κάνουμε:

- Σύγκριση
- Ολίσθηση
- Αφαίρεση

► 78

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## Αλγόριθμος Διαίρεσης

```

▶ LONG_DIVISION(D, d, q, r)
  // Είσοδοι - D : Διαιρετέος, d : διαιρέτης, Έξοδοι - q : πηλίκο, r : υπόλοιπο
  {
    n = MSB(D); m = (n - LENGTH(d)); x = 0; Dt = D;
    do
    {
      while (Dt[n:m] < d) // υπόλοιπο < διαιρέτη //
        q[x++] = 0; m = m - 1; // 0 στο πηλίκο, κατεβάζουμε ψηφίο //
      q[x++] = 1; // 1 στο πηλίκο //
      r[n-m:0] = Dt[n:m] - d; // νέο υπόλοιπο //
      m = m - 1; // κατεβάζουμε ψηφίο //
      Dt[n:0] = {r, D[m-1:0]}; // συνένωση υπολοίπου με διαιρετέο //
    } while (r > d);
    return (q[0:x], r[n-m:0]);
  }

```

▶ 79

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων

## Περιεχόμενα

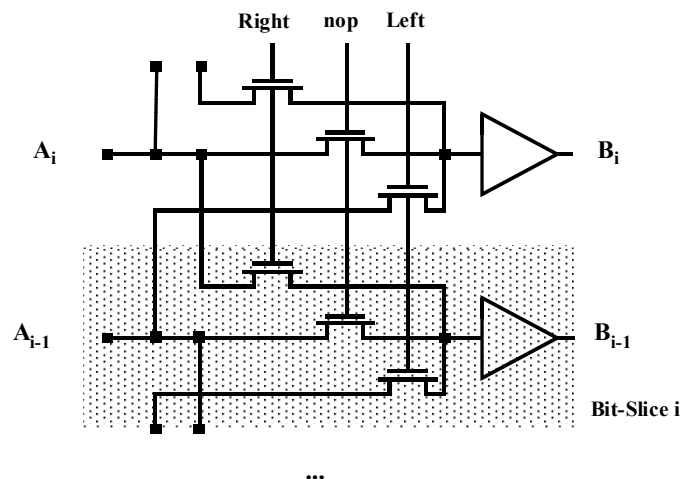
- ▶ Δομικοί Λίθοι Ψηφιακών Κυκλωμάτων
- ▶ Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή
  - ▶ Ιδιότητα Αντιστροφής
- ▶ Στατικός Πλήρης Αθροιστής CMOS
- ▶ Έμμεση Υλοποίηση Αθροιστή και Σήματα
- ▶ Σειριακό Κρατούμενο
- ▶ Αθροιστής «Καθρέφτης» (Mirror)
  - ▶ Γράμμο-διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Τρανζίστορ Διέλευσης
- ▶ Δυναμικός Αθροιστής Διέλευσης
  - ▶ Αλυσίδα Κρατουμένου Manchester
  - ▶ Γράμμο-Διάγραμμα
- ▶ Αθροιστής Παράκαμψης (Carry Bypass)
- ▶ Αθροιστής Επιλογής Κρατουμένου (Carry Select)
  - ▶ Γραμμική Υλοποίηση
- ▶ Υλοποίηση Ρίζας
- ▶ Πρόγνωση Κρατουμένου (Carry Lookahead)
  - ▶ γένεση, προώθηση, επίπεδο τρανζίστορ, λογαριθμική διάταξη
  - ▶ δέντρα κρατουμένων, δυναμικά κυκλώματα πρόγνωσης
- ▶ Πολλαπλασιασμός
  - ▶ αλγόριθμος, μερικά γινόμενα
- ▶ Πολλαπλασιαστής Πίνακα
- ▶ Πολλαπλασιαστής αποθήκευσης κρατουμένου
- ▶ Χωροθέτηση Πολλαπλασιαστή
- ▶ Πολλαπλασιαστής Δέντρου Wallace
- ▶ Διαίρεση
- ▶ Ολισθητές

▶ 80

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα 10/28/2015  
Δεδομένων



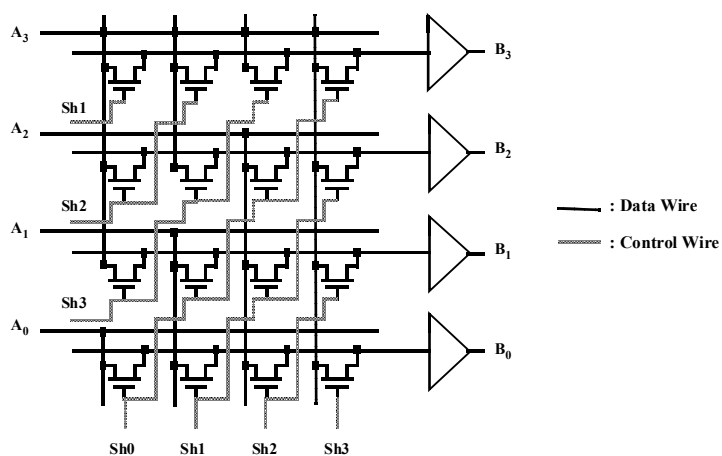
## Δυναδικός Ολισθητής



81

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

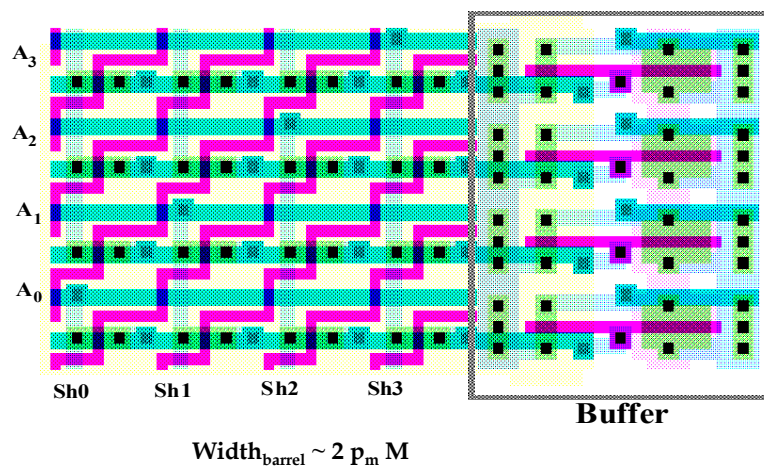
## Περιστροφικός Ολισθητής (Barrel)



82

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

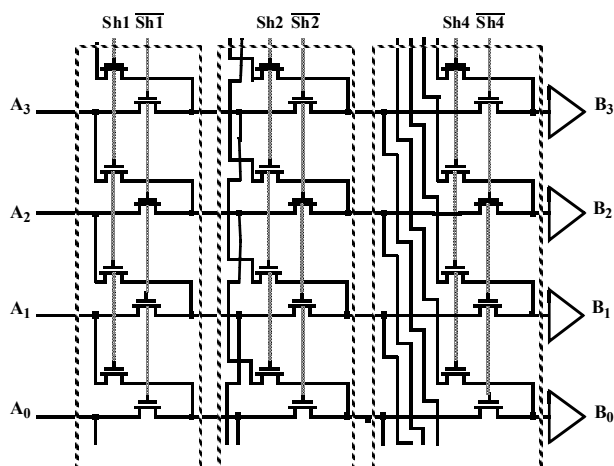
## Περιστροφικός Ολισθητής 4x4



83

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

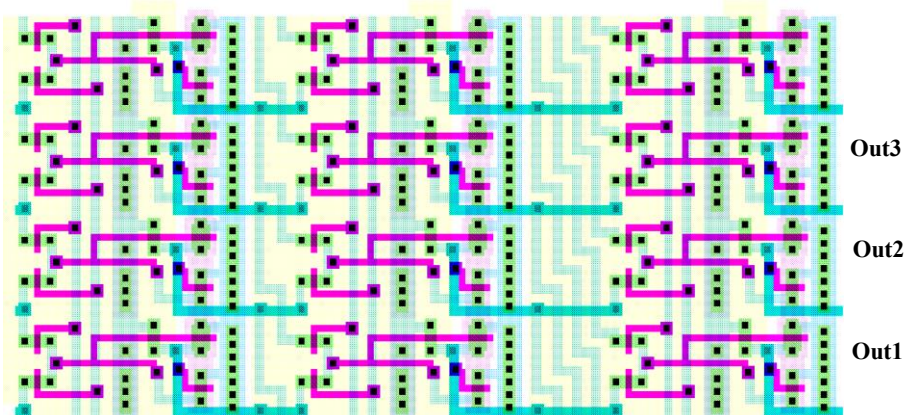
## Λογαριθμικός Ολισθητής



84

HY330 - Διάλεξη 11η - Κυκλώματα Δεδομένων 10/28/2015

## 0-7 bit Λογαριθμικός Ολισθητής



$$width_{\log} \approx p_m \left( 2K + (1 + 2 + \dots + 2^{K-1}) \right) = p_m (2^K + 2K - 1)$$