Κινητός και Διάχυτος Υπολογισμός (Mobile & Pervasive Computing)

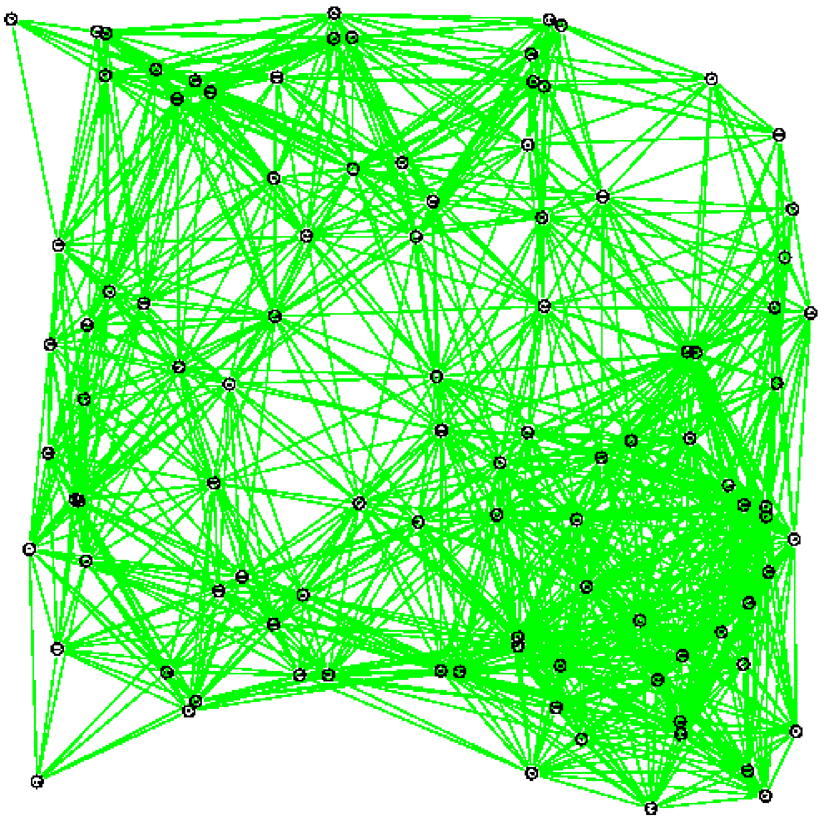
Δημήτριος Κατσαρός

Διάλεξη 17η

Περιεχόμενα

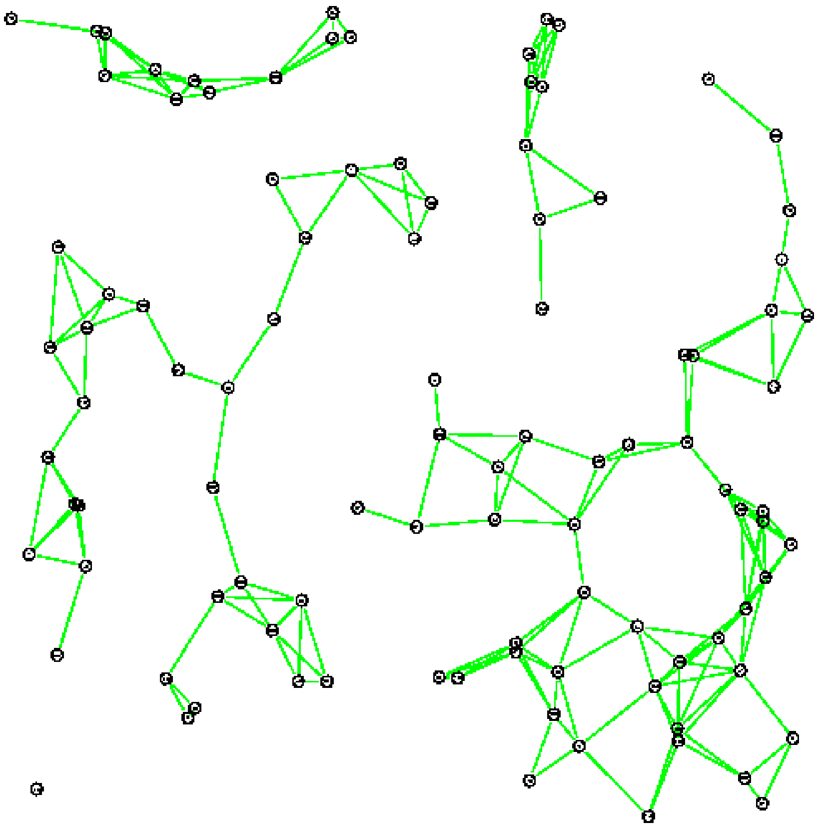
- **Έλεγχος Τοπολογίας σε MANETs**
  - **Εισαγωγή**
  - **Relative Neighborhood Graph (RNG)**
  - **Gabriel Graph (GG)**
  - **Localized Minimum Spanning Tree (LMST)**

Γιατί έλεγχο τοπολογίας? (1/3)



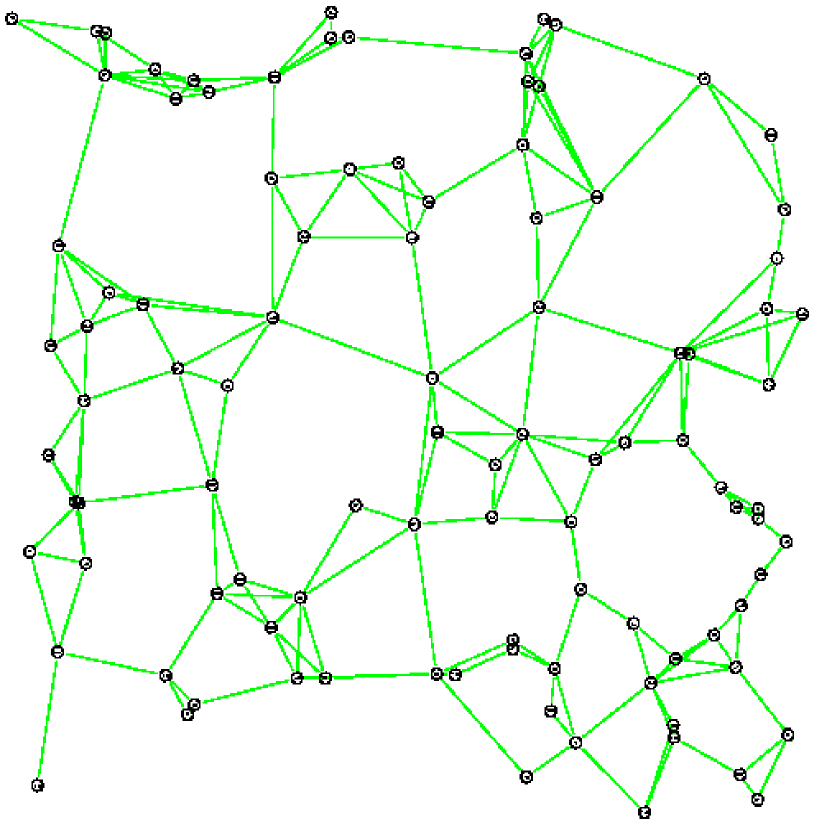
- Υψηλή παρεμβολή
- Υψηλή κατανάλωση ενέργειας
- Η ισχύς μεγαλώνει τετραγωνικά με την απόσταση
- Χαμηλό throughput

Γιατί έλεγχο τοπολογίας? (2/3)



- Πιθανή διαμέριση του δικτύου

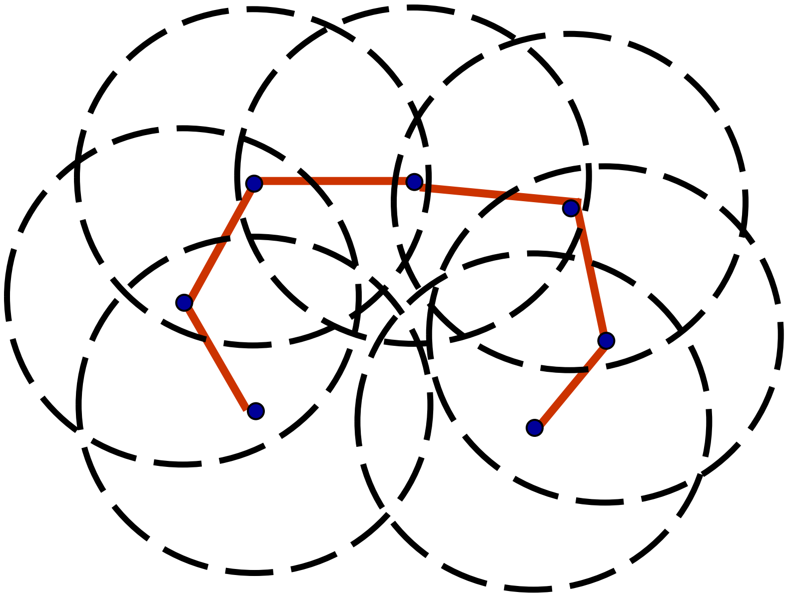
Γιατί έλεγχο τοπολογίας? (3/3)

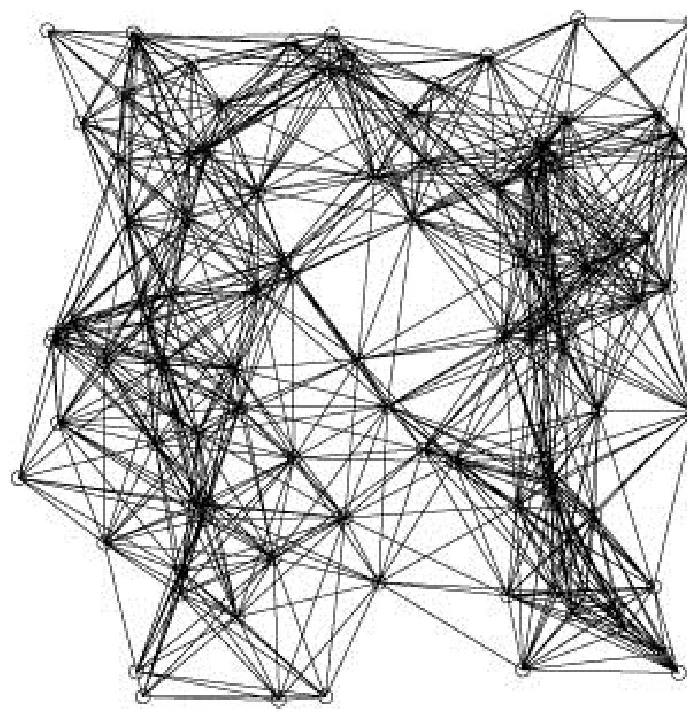


- Ολική (Global) συνδεσιμότητα για το δίκτυο
- Μικρή παρεμβολή
- Χαμηλή κατανάλωση ενέργειας
- Υψηλό throughput (λιγότερος συναγωνισμός για το κανάλι)

Απλούστερο μοντέλο: Unit Disk Graphs (UDG)

Όλοι οι u∈V έχουν την ίδια εμβέλεια εκπομπής: unit disk





Minimum Spanning Tree (MST)

- Είναι υπογράφημα του MANET γραφήματος
- Είναι συνδεδεμένο
- Περιέχει όλους τους κόμβους
- Το μήκος των ακμών του είναι το ελάχιστο
- Κατασκευάζεται με Kruskal (Prim), ως εξής:
  - Οι ακμές ταξινομούνται με αύξον μήκος
  - Εξετάζονται με αυτή τη σειρά
  - Εάν η προσθήκη κάποιας ακμής δεν παράγει κύκλο, τότε προστίθεται, αλλιώς εξετάζουμε την επόμενη
- **Δεν είναι localized**! Και άρα όχι distributed, εκτός και εάν φτιάξω distributed version του centralized αλγορίθμου

Περιεχόμενα

- **Έλεγχος Τοπολογίας σε MANETs**
  - **Εισαγωγή**
  - **Localized Minimum Spanning Tree (LMST)**
  - **Relative Neighborhood Graph (RNG)**
  - **Gabriel Graph (GG)**

Η διάρθρωση του πρωτοκόλλου

- Η εκτέλεση του πρωτοκόλλου LMST απαρτίζεται τρεις φάσεις:
  - Ανταλλαγή πληροφοριών
  - Κατασκευή τοπολογίας
  - Προσδιορισμός της ισχύως μεταδόσεως
    - και (μια προαιρετική φάση βελτιστοποίησης) Κατασκευή της τοπολογίας με bidirectional links

ΘΕΩΡΗΜΑ. Το MST ενός UDG είναι υπογράφημα του LMST.

Ορισμοί

- [**Ορατοί ή φυσικοί γείτονες**] Οι ορατοί γείτονες του κόμβου u ∈ N είναι όλοι οι 1-hop γείτονες του u όταν αυτός εκπέμπει με την μέγιστη ισχύ (maxpower graph) G = (N,E)
- Τυπικά:

$$VN_u = \{v \in N \mid (u, v) \in E\} \cup \{u\}$$

Φάση I: Information exchange

- Στην πρώτη φάση του πρωτοκόλλου, κάθε κόμβος στέλνει το ID του και την θέση του σε όλους τους κόμβους της “ορατής” γειτονιάς του
- Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την αποστολή ενός beacon μηνύματος με την μέγιστη δυνατή ισχύ

Φάση ΙΙ: Topology construction

- Όταν έχουν ληφθεί όλα τα beacon μηνύματα των ορατών γειτόνων, κάθε κόμβος κατασκευάζει το local MST του εφαρμόζοντας τον κλασικό αλγόριθμο του Prim
- Ως βάρος κάθε link για να χτιστεί το MST είναι το μήκος του (Ευκλείδια απόσταση)
  - Αυτή η επιλογή είναι συμβατή με οποιοδήποτε path loss μοντέλο, καθώς το κόστος ισχύως του link(u,v) είναι ανάλογο με το $\delta(u,v)^{\alpha}$, με $\alpha \geq 1$
  - Έτσι, το MST που προκύπτει μετά από οποιοδήποτε path loss μοντέλο ως συνάρτηση βάρους είναι το ίδιο με εκείνο που προκύπτει κατόπιν χρήσης της Ευκλείδιας απόστασης

Φάση II: Topology construction

- Επισημαίνεται ότι το παραγόμενο MST με τον αλγόριθμο του Prim ίσως δεν είναι μοναδικό
- Αφού απαιτείται η μοναδικότητα του MST για ν' αποδειχτεί ότι το LMST διατηρεί την συνδεσμικότητα, ορίζουμε ως συνάρτηση link-weight function κάποια που επίσης λαμβάνει υπόψην της την λεξικογραφική διάταξη των node Ids που είναι τα άκρα του link

Φάση ΙΙ: Topology construction

- Μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου του Prim, κάθε κόμβος u του δικτύου γνωρίζει το (μοναδικό) MST $T_u = (VN_u, E_u)$ που τον συνδέει με όλους τους ορατούς γειτονές του
- Το επόμενο βήμα είναι να οριστεί το σύνολο των γειτόνων του u στην τελική τοπολογία, δηλαδή, η τοπική θέαση της τοπολογίας του LMST από την σκοπιά του u
- Αυτό επιτυγχάνεται με τον ορισμό της γειτονικής σχέσης ως ακολούθως:

Φάση ΙΙ: Topology construction

- [**Γειτονική σχέση**] Ο κόμβος v θα είναι γείτονας του κόμβου u, συμβολίζοντάς το ως $u \rightarrow v$, εάν και μόνο εάν ο v είναι 1-hop γείτονας του u στο minimum spanning tree $T_u=(VN_u,E_u)$ του u
- Τυπικά: $u \rightarrow v \Leftrightarrow (u,v) \in E_u$
- Το σύνολο των γειτόνων του κόμβου u, συμβολίζεται ως N(u), και ορίζεται ως $N(u) = \{v \in VNu \mid u \rightarrow v\}$

Φάση ΙΙ: Topology construction

- Η τοπολογία που ορίζεται από το LMST κατασκευάζεται αφού συνδεθεί κάθε κόμβος με τους γείτονές του:
- [**Τοπολογία κατά LMST**] Η τελική τοπολογία που παράγεται από το πρωτόκολλο LMST είναι το κατευθυνόμενο γράφημα $G_{LMST}=(N,E_{LMST})$, όπου η κατευθυνόμενη ακμή $(u, v) \in E_{LMST}$ εάν και μόνο εάν $u \rightarrow v$

Φάση III: Determination of transmit power

- Το τελικό βήμα είναι ο προσδιορισμός της ισχύως μεταδόσεως που απαιτείται για να σταλεί κάποιο μήνυμα σε οποιοδήποτε γείτονα
- Αυτό επιτυγχάνεται με την μέτρηση της ισχύως λήψεως των beacon μηνυμάτων
  – Όταν ο κόμβος u λαμβάνει ένα beacon από κάποιον ορατό γείτονα v, μπορεί να εκτιμήσει το minimum power level που απαιτείται για να φτάσει στον v συγκρίνοντας την λαμβανόμενη ισχύ του beacon με την maximum transmit power (όλα τα beacons αποστέλλονται με την maximum ισχύ)
- Οι κόμβοι επίσης υπολογίζουν την broadcast power, δηλαδή, την ελάχιστη απαιτούμενη ισχύ για να "φτάσουν" στον μακρύτερο κόμβου που ανήκει στο N(u)

Περιεχόμενα

- **Έλεγχος Τοπολογίας σε MANETs**
  - **Εισαγωγή**
  - **Localized Minimum Spanning Tree (LMST)**
  - **Relative Neighborhood Graph (RNG)**
  - **Gabriel Graph (GG)**

Relative Neighborhood Graph (RNG)

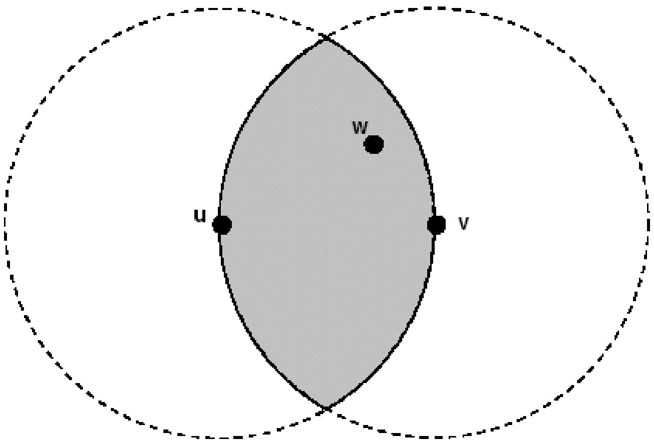


Fig. 5. The edge (u, v) is not in RNG because of w.

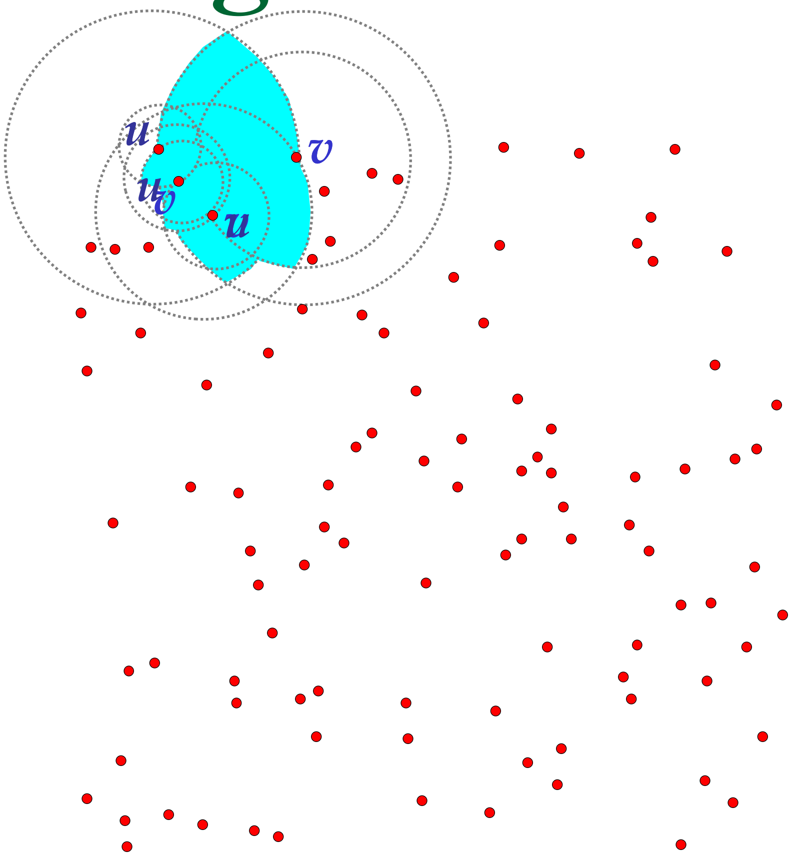
$$E_{rng} = \{(u,v) \in G \mid \nexists w \in V \quad (u,w),(w,v) \in G \wedge d(u,w) \leq d(u,v) \wedge d(v,w) \leq d(u,v)\}.$$

Average degree is around 2.5

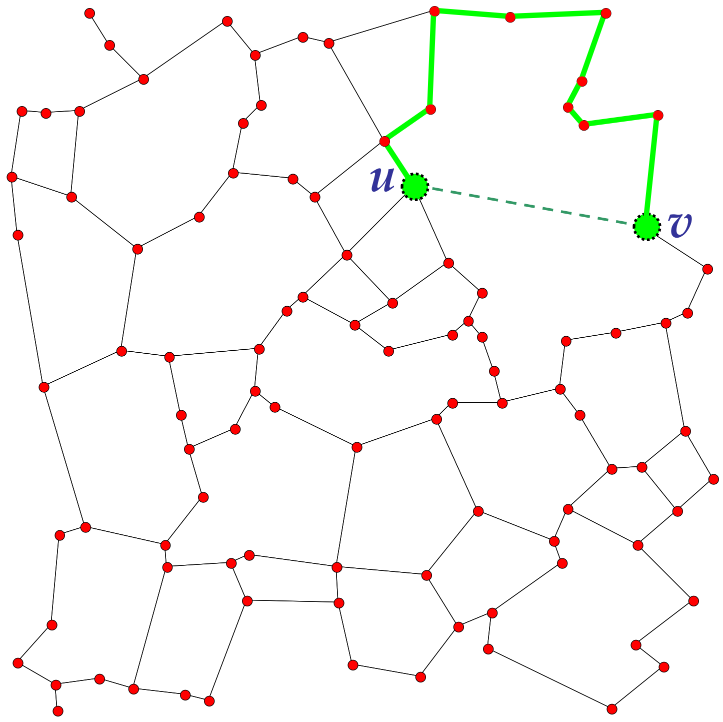
$$\forall u \in V \quad r(u) = \max\{d(u,v) \mid v \in V \wedge (u,v) \in E_{rng}\}.$$

ΘΕΩΡΗΜΑ. Το LMST ενός UDG είναι υπογράφημα του RNG.

Relative Neighborhood Graph



Relative Neighborhood Graph



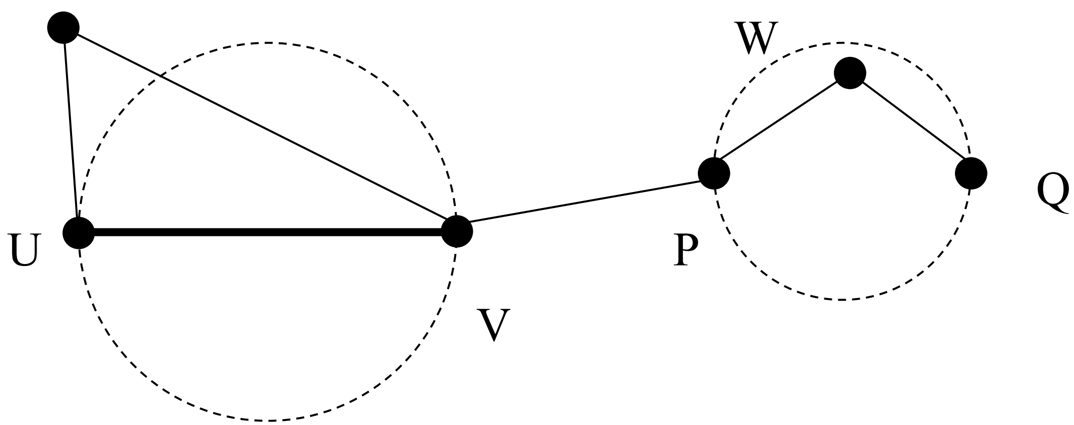
- **Properties**
  - **Planar**
  - **Long paths**
  - **Stretch factor Θ(n)**

Περιεχόμενα

- **Έλεγχος Τοπολογίας σε MANETs**
  - Εισαγωγή
  - Localized Minimum Spanning Tree (LMST)
  - Relative Neighborhood Graph (RNG)
  - **Gabriel Graph (GG)**

Gabriel Graph (GG)

- O GG ορίζεται ως εξής:
  - Περιέχει μια ακμή UV εάν και μόνο εάν ο δίσκος με διάμετρο UV δεν περιέχει κάποιο άλλο κόμβο μέσα του.
- Αντιπαραθέστε με το RNG
  - Εάν ο *φύλλο* δεν περιέχει κάποιο γείτονα, τότε και ο κύκλος δεν θα περιέχει κάποιο γείτονα
  - Επομένως, εάν μια ακμή ανήκει στο RNG, ανήκει και στον GG

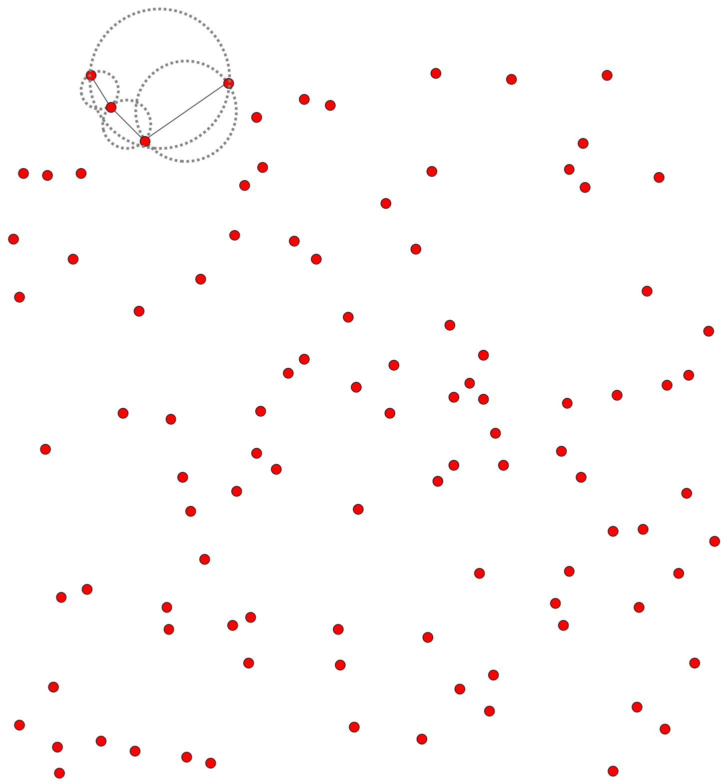


ΘΕΩΡΗΜΑ. Το RNG ενός UDG είναι υπογράφημα του GG.

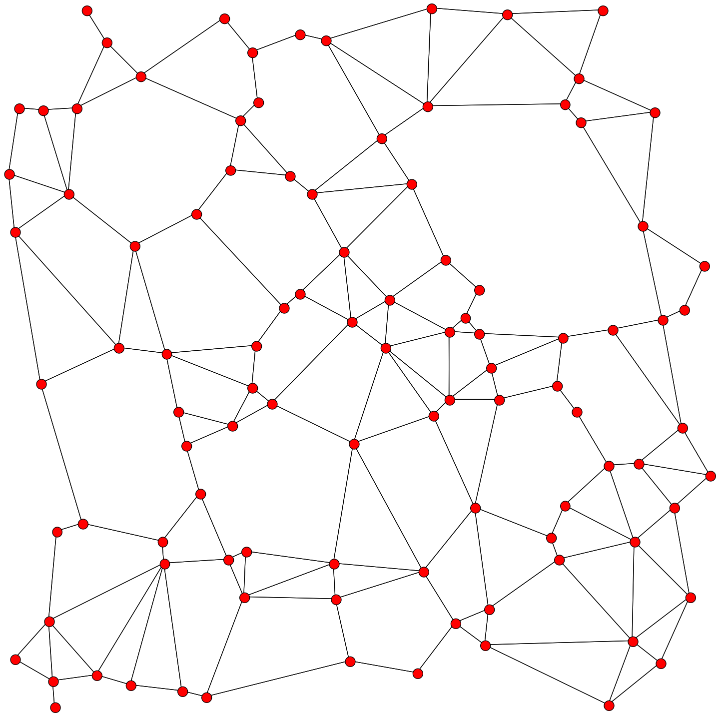
Localized *κατασκευή* του GG

- Το κριτήριο ελέγχεται με δυο τρόπους
  - Ευκλείδια απόσταση
    - Κάθε κοινός γείτονας W των U και V πρέπει να βρίσκεται **σε απόσταση τουλάχιστον |UV|/2** από το μέσον της UV, ώστε να περιλάβουμε την ακμή UV στο GG
  - Έλεγχος των γωνιών
    - Εάν **∠PWQ > π/2** για έναν κοινό γείτονα W των P και Q, τότε η ακμή PQ δεν πρέπει να περιληφθεί στο GG
- Σε κάθε περίπτωση αρκεί να γνωρίζουμε τη θέση ενός κόμβου καθώς και τη θέση των γειτόνων του

Gabriel Graph

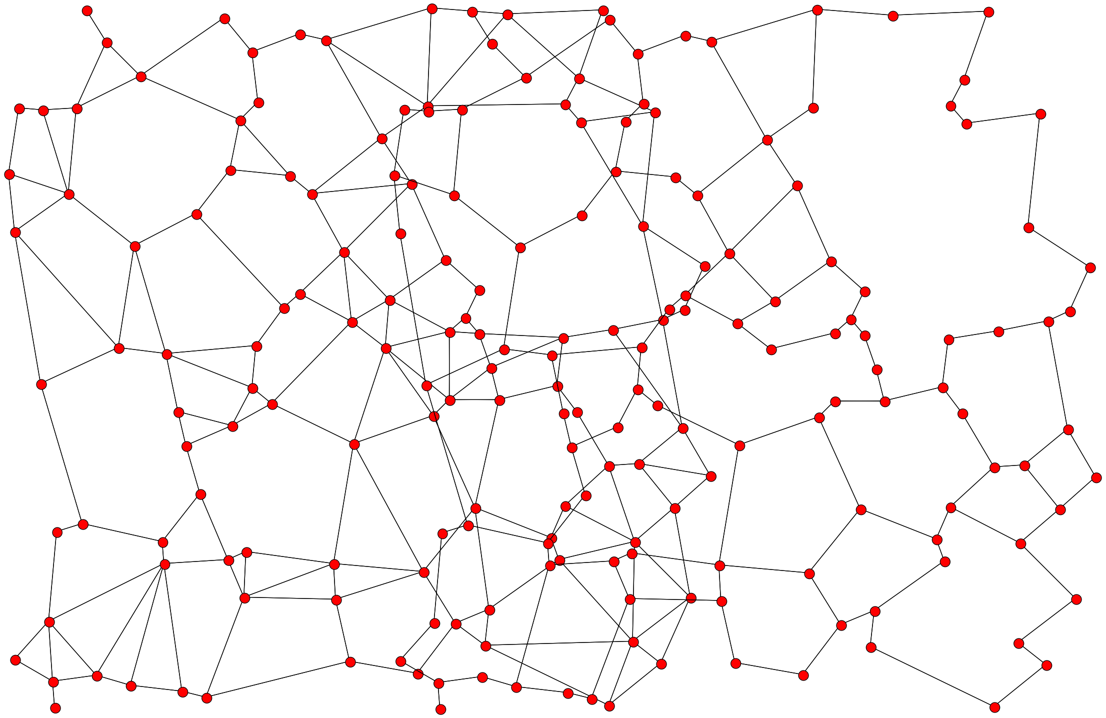


Gabriel Graph



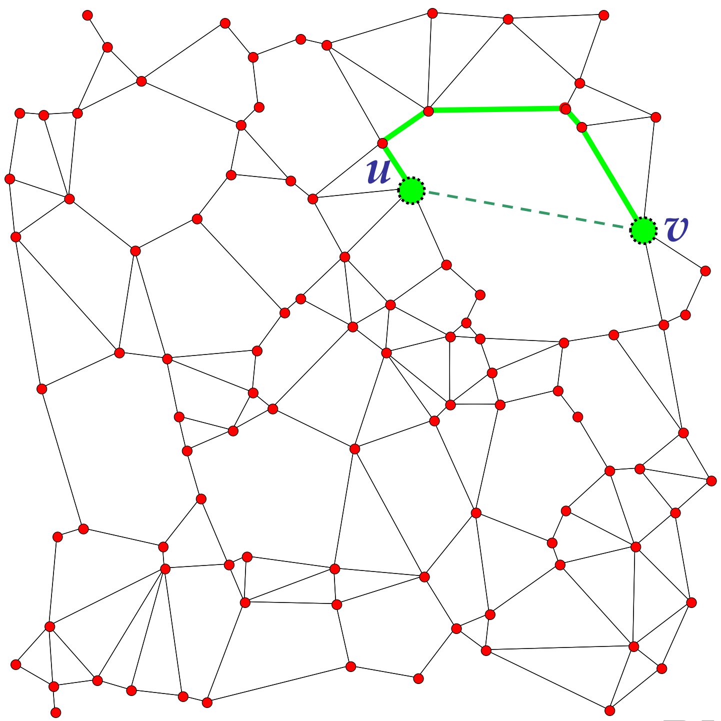
Gabriel Graph

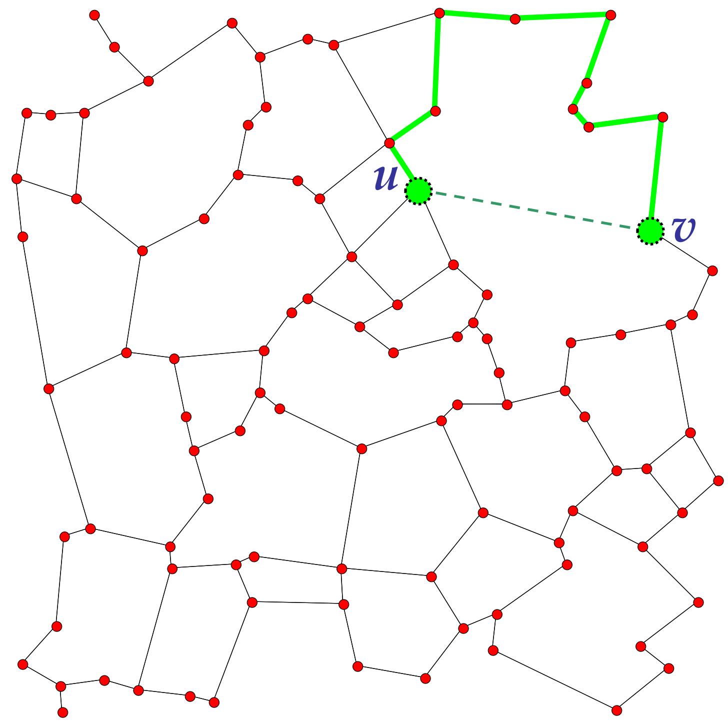
Gabriel $\supset$ **Relative Neighborhood**



Gabriel Graph

Gabriel $\supset$ **Relative Neighborhood**

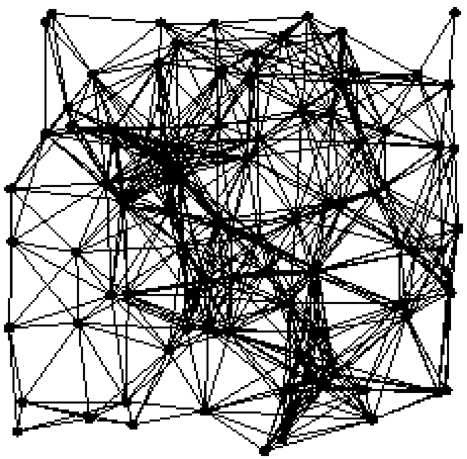




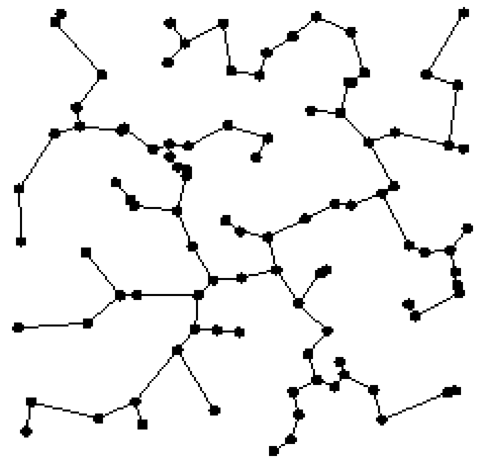
Planar

Long paths

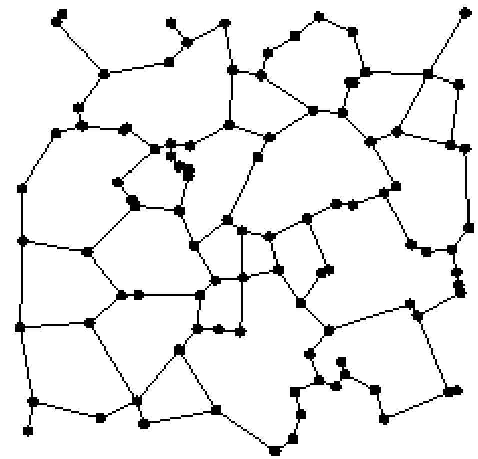
Εποπτική σύγκριση δομών



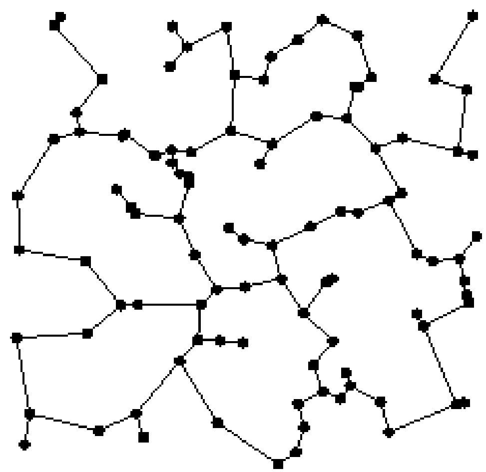
UDG



MST



RNG



LMST

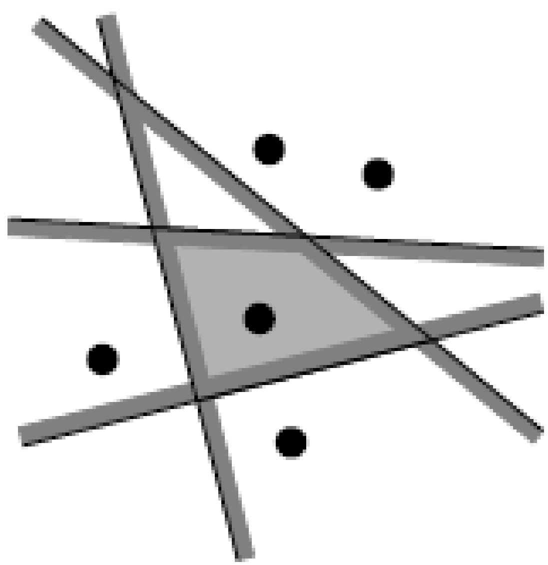
Άλλες δομές για topology control

- Delaunay Triangulation (DT)
  - Μια ακμή (u,v) θα περιέχεται στο DT εάν και μόνο εάν υπάρχει κάποιος κύκλος, του οποίου η (u,v) είναι μια χορδή, ο οποίος δεν περιέχει κάποιο άλλο σημείο στο εσωτερικό του
  - O GG είναι υπογράφημα του DT
- Partial Delaunay Triangulation (PDT)
  - Είναι localized
  - PDT είναι υπογράφημα του DT
- Yao Graph (YG)
  - Προτάθηκε για την αποδοτική κατασκευή MST σε πολλές διαστάσεις

Appendix:
The Voronoi diagram

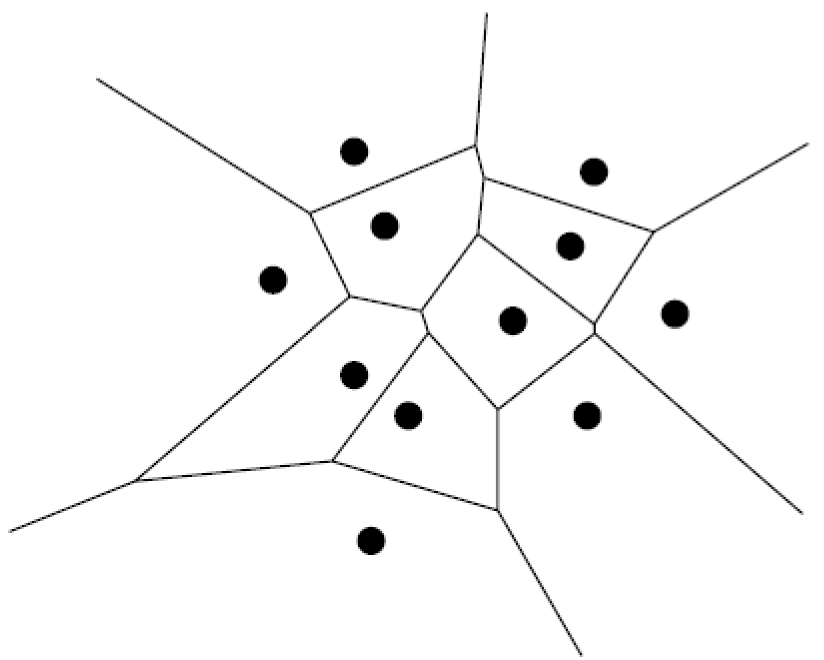
Definition of the Voronoi diagram

- The Post Office problem
- We are given a set of n points in the plane
- We define the Voronoi diagram of P as the subdivision of the plane into n cells, one for each site in P, with the property that a point q lies in the cell corresponding to a site p_i if and only if $\mathrm{dist}(q, p_i) < \mathrm{dist}(q, p_j)$ for each $p_j \in P$ with $j \neq i$



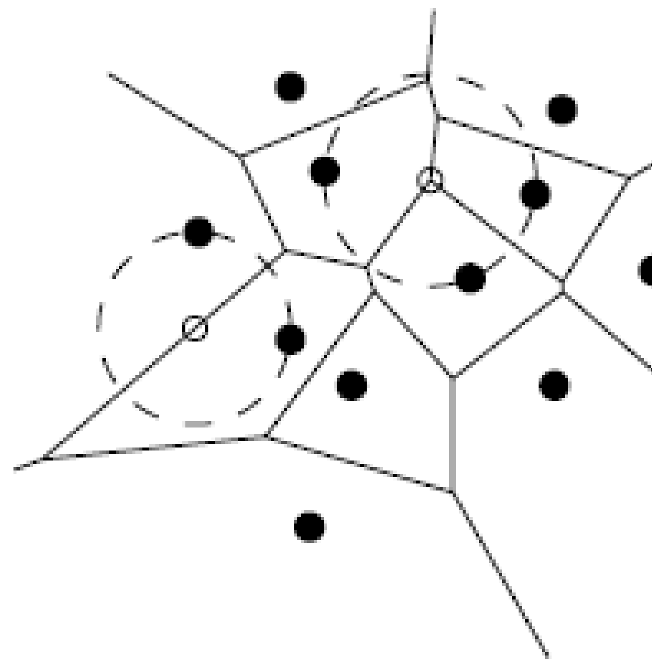
Structure of the Voronoi diagram

- What does the complete Voronoi diagram look like?
  - Each cell of the diagram is the intersection of a number of half-planes, so the Voronoi diagram is a planar subdivision whose edges are straight
  - Some edges are line segments and others are half-lines
  - Unless all sites are collinear there will be no edges that are full lines



Structure of the Voronoi diagram

- **Theorem**. For the Voronoi diagram Vor(P) of a set of points P the following holds:
  i. A point q is a vertex of Vor(P) if and only if its largest empty circle $C_P(q)$ contains three or more sites on its boundary.
  ii. The bisector between sites p_i and p_j defines an edge of Vor(P) if and only if there is a point q on the bisector such that $C_P(q)$ contains both p_i and p_j on its boundary but no other site



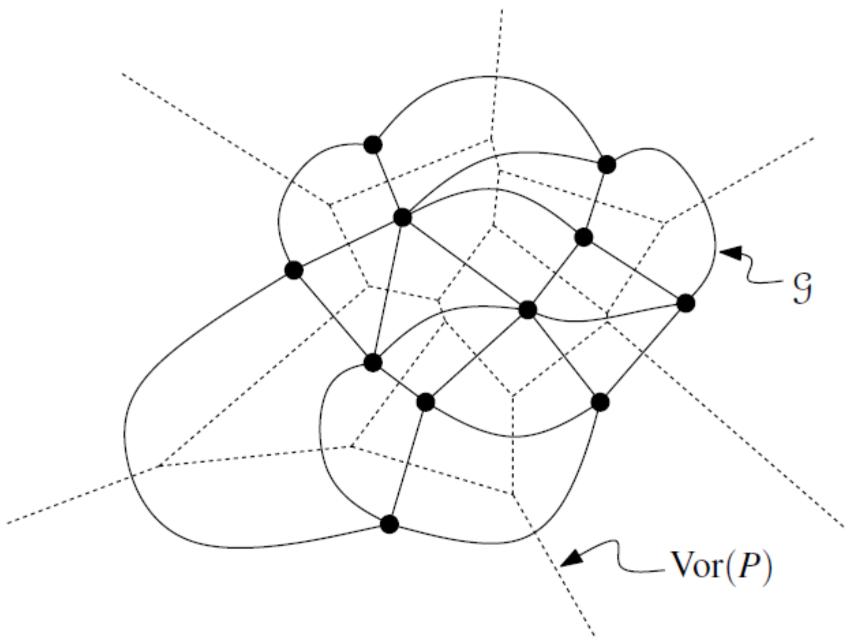
Computation of the Voronoi diagram

i. *Fortune*'s algorithm after its inventor—computes the Voronoi diagram in O(nlogn) time
ii. You may be tempted to look for an even faster algorithm, for example one that runs in linear time
iii. The problem of sorting n real numbers is reducible to the problem of computing Voronoi diagrams, so any algorithm for computing Voronoi diagrams must take $\Omega(n\log n)$ time in the worst case
iv. Hence, Fortune's algorithm is optimal

Appendix:
The Delaunay Graph

The dual of the Voronoi diagram

- The dual graph *G* of the Voronoi diagram
- This graph *G* has a node for every Voronoi cell—equivalently, for every site—and it has an arc between two nodes if the corresponding cells share an edge. Note that this means that *G* has an arc for every edge of Vor(P)
- As you can see, there is a one-to-one correspondence between the bounded faces



Definition of the Delaunay Graph

- Consider the straight-line embedding of *G*, where the node corresponding to the Voronoi cell V(p) is the point p, and the arc connecting the nodes of V(p) and V(q) is the segment pq—see Figure below
- We call this embedding the *Delaunay graph* of P, and we denote it by *DG*(P)