

Άσκηση 2

Θεωρούμε το παρακάτω σύστημα εξισώσεων κατάστασης, σε κανονική μορφή Jordan

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \cdot x$$

ή πιο συνοπτικά

$$\dot{x} = Ax + bu$$
$$y = cx$$

Δείξτε ότι οι παρακάτω συνθήκες είναι ισοδύναμες με τη συνθήκη ελεγχιμότητας $b_3 \neq 0$.

- (α) Για κάθε $t_1 > 0$, ο πίνακας $\int_0^{t_1} e^{At} b b' e^{A't} dt$ είναι ομαλός.
- (β) Για κάθε s , ειδικότερα για τις ιδιοτιμές του πίνακα A , ο πίνακας $[sI - A, b]$ έχει πλήρη βαθμό.
- (γ) Για κάθε s , το διάνυσμα $(sI - A)^{\sim} b$ είναι μη μηδενικό, όπου A^{\sim} είναι ο adjoint του πίνακα A .