

### Άσκηση 1

- (α) Για ένα ευσταθές σύστημα με κρουστική απόκριση  $h(t)$  και συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ , ορίζουμε την καθυστέρηση και τη διασπορά χρόνου από τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης

$$\tau = \frac{\int_{0-}^{\infty} t h(t) dt}{\int_{0-}^{\infty} h(t) dt}, \quad \sigma^2 = \frac{\int_{0-}^{\infty} (t - \tau)^2 h(t) dt}{\int_{0-}^{\infty} h(t) dt}.$$

Δείξτε ότι

$$\tau = -\frac{H'(0)}{H(0)}, \quad \sigma^2 = \frac{H''(0)}{H(0)} - \tau^2.$$

Δείξτε ότι αν  $h(t) \geq 0$ , τότε  $H(0) \geq 0$ ,  $H'(0) \leq 0$ ,  $H''(0) \geq 0$ .

- (β) Αν τα συστήματα  $H_1(s)$  και  $H_2(s)$  είναι ευσταθή, με καθυστέρηση χρόνου  $\tau_1$  και  $\tau_2$ , αντίστοιχα, και διασπορά χρόνου  $\sigma_1^2$  και  $\sigma_2^2$ , αντίστοιχα, δείξτε ότι το σύστημα  $H_1(s)H_2(s)$  είναι επίσης ευσταθές, με καθυστέρηση χρόνου  $\tau_1 + \tau_2$  και διασπορά χρόνου  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ .
- (γ) Αν το σύστημα  $H(s)$  είναι ευσταθές με πόλους  $P = [p_1, \dots, p_n]$  και μηδενικά  $Z = [z_1, \dots, z_m]$ , δείξτε ότι η καθυστέρηση και η διασπορά χρόνου του συστήματος είναι

$$\tau = \sum_{z \in Z} \frac{1}{z} - \sum_{p \in P} \frac{1}{p}, \quad \sigma^2 = \sum_{p \in P} \frac{1}{p^2} - \sum_{z \in Z} \frac{1}{z^2}.$$