



# Σύνθετα Δίκτυα

**com+plex: with+ -fold (having parts)**

Διδάσκων –  
Δημήτριος Κατσαρός



Ανοχή των σύνθετων δικτύων  
σε λάθη & επιθέσεις

Error & attack tolerance of  
complex networks




# Δίκτυα με ανοχή σε σφάλματα

- Πολλά σύνθετα δίκτυα επιδεικνύουν εκπληκτικό βαθμό *ανοχής σε σφάλματα*
- Για παράδειγμα, σχετικά απλοί οργανισμοί αναπτύσσονται και αναπαράγονται παρά τις έντονες φαρμακευτικές και περιβαλλοντικές επιδράσεις, μια ανοχή σε σφάλματα που αποδίδεται στην *ευρωστία του υποκείμενου μεταβολικού δικτύου*
- Σύνθετα επικοινωνιακά δίκτυα παρουσιάζουν επίσης εκπληκτικό βαθμό ευρωστίας: παρόλο που *σημαντικές συνιστώσες τους δυσλειτουργούν*, οι τοπικές αποτυχίες *σπάνια* οδηγούν σε απώλεια της συνολικής ικανότητας μεταφοράς πληροφορίας του δικτύου



# Όλα τα δίκτυα είναι ανεκτικά σε σφάλματα;

- Η σταθερότητα αυτών και άλλων σύνθετων συστημάτων συχνά αποδίδεται στην πλεονασματική “καλωδίωση” του λειτουργικού δικτύου που καθορίζεται από τις συνιστώσες του συστήματος
- Στη σειρά των διαλέξεων αυτών θα δείξουμε ότι η ανοχή σε σφάλματα δεν είναι κοινό γνώρισμα όλων των συστημάτων που έχουν χτιστεί με “πλεονασμό”: επιδεικνύεται μόνο από την ομάδα των ετερογενών “καλωδιωμένων” δικτύων, που λέγονται *δίκτυα άνευ κλίμακας* (scale-free networks), όπως είναι ο Παγκόσμιος Ιστός, το Διαδίκτυο, τα κοινωνικά δίκτυα και κύτταρα

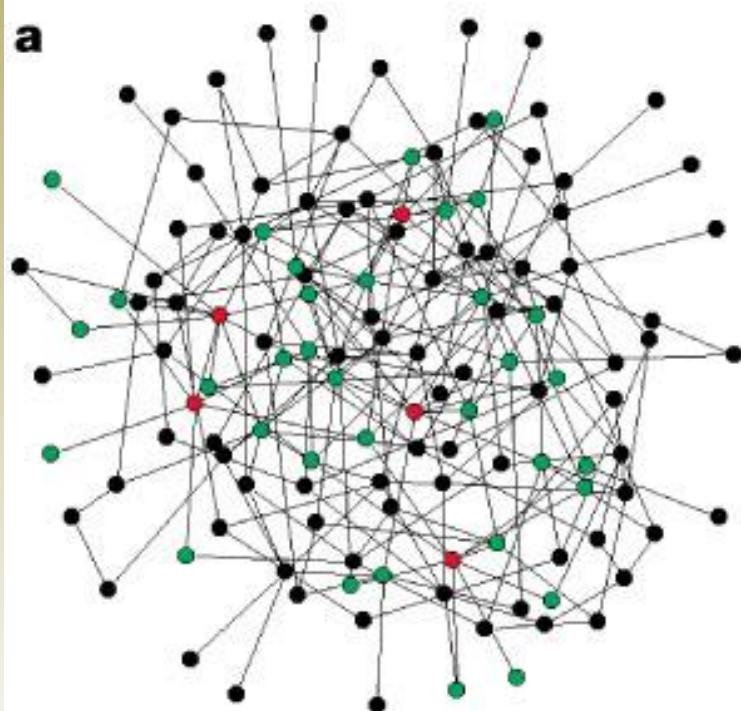


## Επιρρέπεια σε επιθέσεις

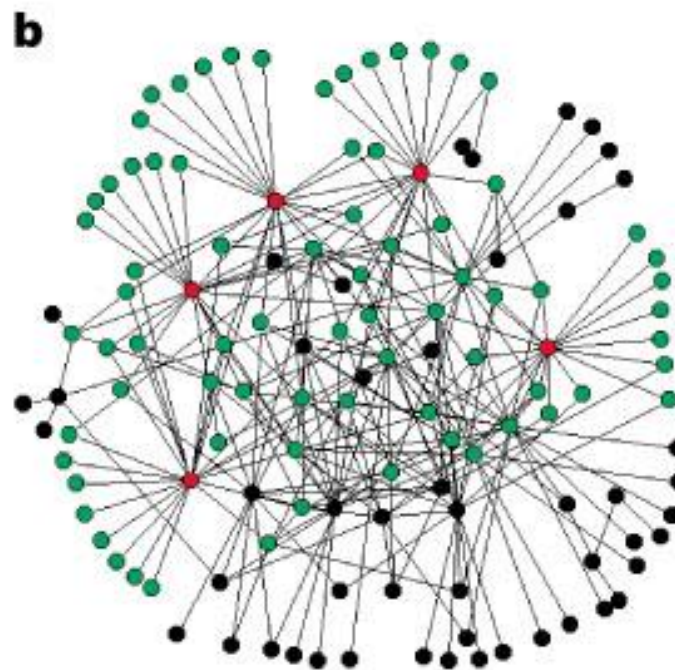
- Τέτοια δίκτυα επιδεικνύουν έναν μη αναμενόμενο βαθμό ευρωστίας, δηλ., εξαιρετική ικανότητα επικοινωνίας μεταξύ των κόμβων ακόμα και όταν έχουμε υψηλούς ρυθμούς αποτυχίας κόμβων
- Όμως, η ανοχή σε σφάλματα έχει ως συνέπεια τα δίκτυα αυτά να είναι πολύ *επιρρεπή σε επιθέσεις* (στην επιλογή και απομάκρυνση λίγων κόμβων που παίζουν ζωτικό ρόλο στη διατήρηση της συνδεσιμότητας του δικτύου)
- Η ανοχή σε σφάλματα και επιθέσεις είναι γενικές ιδιότητες των επικοινωνιακών δικτύων



# Εκθετικά & άνευ κλίμακας δίκτυα



Exponential



Scale-free

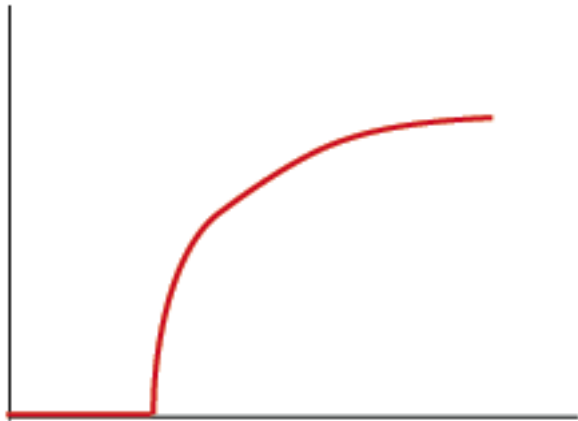
Τα δυο δίκτυα περιέχουν 130 κόμβους και 215 συνδέσμους ( $\langle k \rangle = 3.3$ ).

Το exponential δίκτυο (το Erdos–Renyi μοντέλο παράγει δίκτυο με εκθετική ουρά) είναι ομογενές: οι περισσότεροι κόμβοι έχουν τον ίδιο περίπου αριθμό συνδέσεων. Το scale-free δίκτυο είναι ετερογενές: η πλειονότητα των κόμβων έχουν μόνο ένα ή δυο συνδέσμους, αλλά μερικοί κόμβοι έχουν μεγάλο αριθμό συνδέσεων. **Με κόκκινο:** οι πέντε κόμβοι με τους περισσότερους συνδέσμους. **Με πράσινο:** οι γείτονες των “κόκκινων”. Στο εκθετικό δίκτυο μόνο 27% των κόμβων είναι προσβάσιμοι από τους πέντε πιο διασυνδεδεμένους κόμβους. Στο scale-free δίκτυο, περισσότεροι από το 60% των κόμβων είναι προσβάσιμοι από τους πέντε πιο διασυνδεδεμένους κόμβους.



# Κατώφλι percolation σε τυχαία δίκτυα

size of giant component

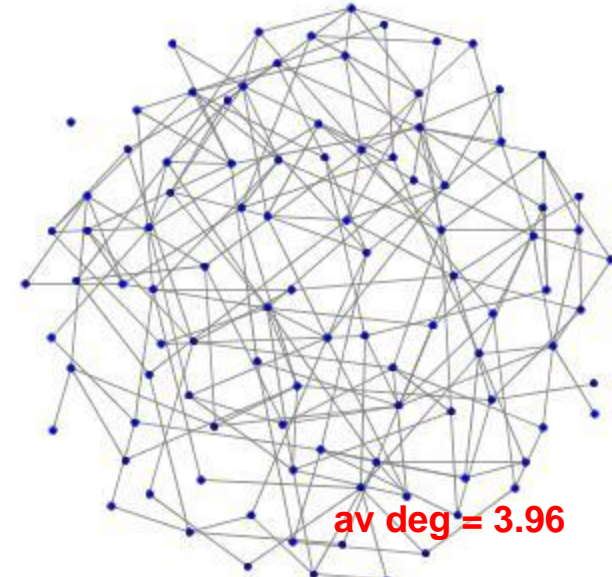
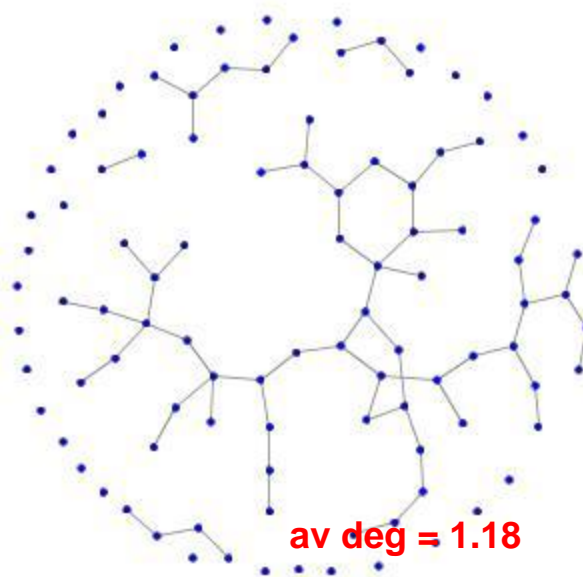
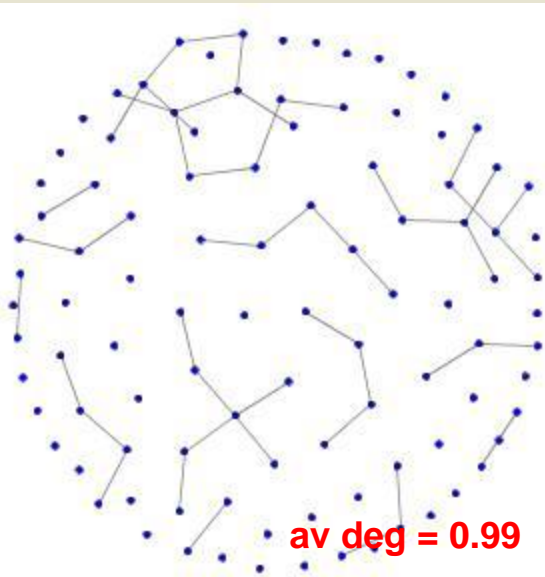


Μέσος βαθμός

**Percolation threshold:** το σημείο στο οποίο εμφανίζεται η γιγαντιαία συνιστώσα

Καθώς ο μέσος βαθμός αυξάνει, μια γιγαντιαία συνιστώσα εμφανίζεται ξαφνικά

*Η αφαίρεση συνδέσμων είναι η αντίστροφη διαδικασία* Καθώς ο μέσος βαθμός πέφτει, το δίκτυο αποσυνδέεται





# Μεταβολές στη διάμετρο

- Η αλληλοδιασύνδεση των κόμβων ενός δικτύου μπορεί να περιγραφεί με τη διάμετρό του  $d$
- Δίκτυα με πολύ μεγάλο αριθμό κόμβων μπορεί να έχουν πολύ μικρή διάμετρο, για παράδειγμα
  - Το WWW με πάνω από 800 εκατομμύρια κόμβους έχει διάμετρο περίπου 19
  - Κοινωνικά δίκτυα με πάνω από έξι δισεκατομμύρια κόμβους πιστεύεται ότι έχουν διάμετρο περίπου 6
- Για να μελετήσουμε την ανοχή σε σφάλματα των δικτύων, μελετάμε τις αλλαγές στη διάμετρο όταν ένα μικρό ποσοστό  $f$  των κόμβων διαγράφεται
- Γενικώς, η διαγραφή κάποιου κόμβου αναμένεται ν' αυξήσει τις αποστάσεις μεταξύ των υπόλοιπων κόμβων, αφού η απουσία του θα σημάνει την απουσία κάποιων μονοπατιών που συνεισφέρουν στην αλληλοδιασύνδεση του συστήματος

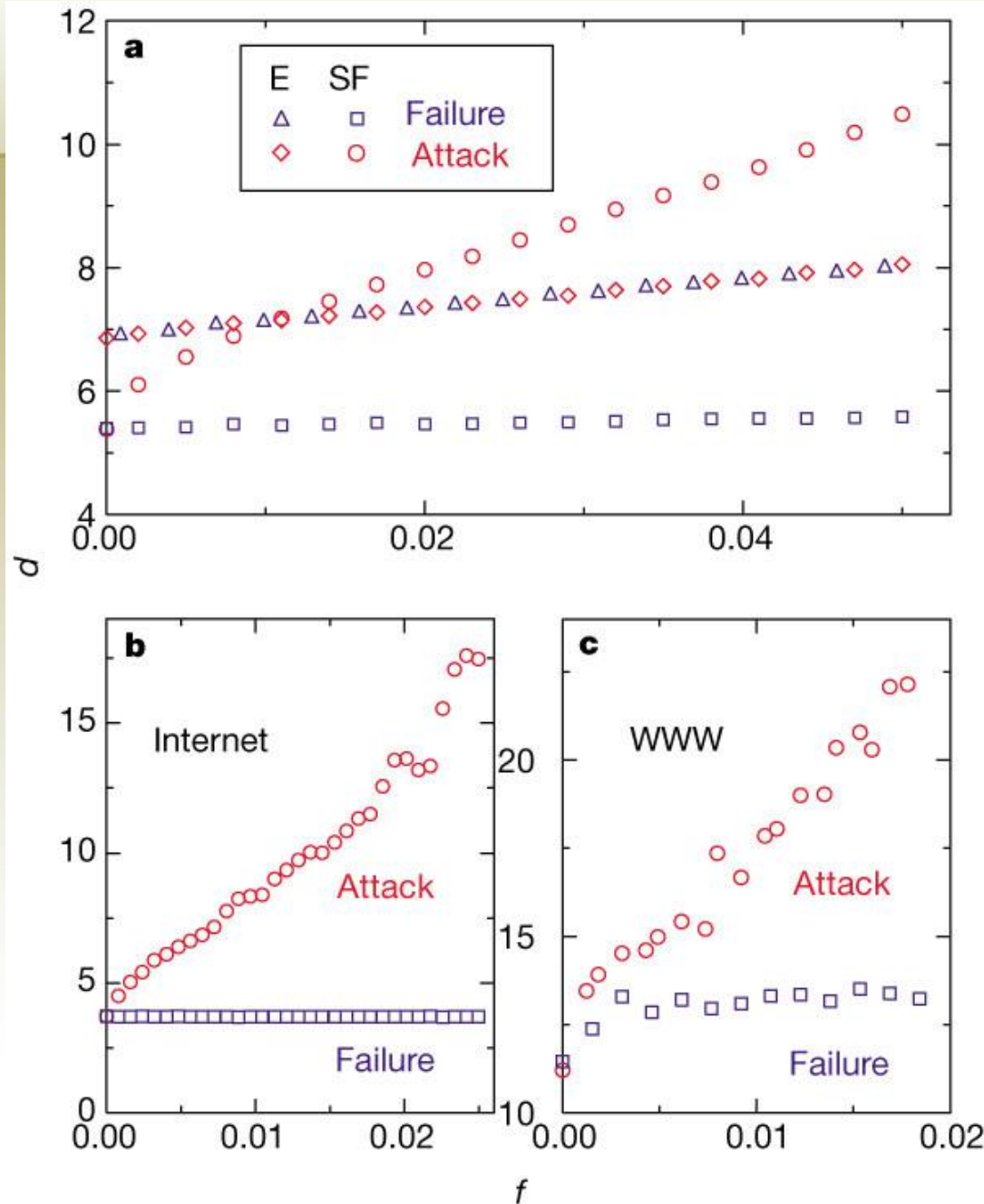




**[A]** Με **μπλε**: Διάμετρος του exponential (τρίγωνα) και του scale-free (τετράγωνα), όταν ένα ποσοστό  $f$  των κόμβων διαγράφονται με τυχαίο τρόπο. (error tolerance). Με **κόκκινο**: αντίδραση του exponential (ρόμβοι) και του scale-free (κύκλοι) σε επιθέσεις, όταν διαγράφονται οι πιο διασυνδεδεμένοι κόμβοι. Η εξάρτηση της διαμέτρου από το  $f$  για διάφορα δίκτυα ( $N = 1,000; 5,000; 20,000$ ), αγνοώντας μια λογαριθμική διόρθωση, είναι όμοια, άρα δεν εξαρτάται από το μέγεθος του δικτύου. Η διάμετρος του αρχικού ( $f=0$ ) scale-free δικτύου είναι μικρότερη από του exponential, και άρα τα scale-free δίκτυα κάνουν αποδοτικότερη χρήση των συνδέσμων.

**[B]** Οι αλλαγές στη διάμετρο του Internet υπό τυχαίες αποτυχίες (τετράγωνα) ή επιθέσεις (κύκλοι) σε έναν χάρτη του Internet με 6209 κόμβους και 12200 συνδέσμους ( $\langle k \rangle = 3.4$ )

**[C]** Σφάλματα (τετράγωνα) και επιθέσεις (κύκλοι) σε ένα τμήμα του World-Wide Web με 325729 κόμβους και 1,498,353 συνδέσμους  $\langle k \rangle = 4.59$





# Συμπεράσματα

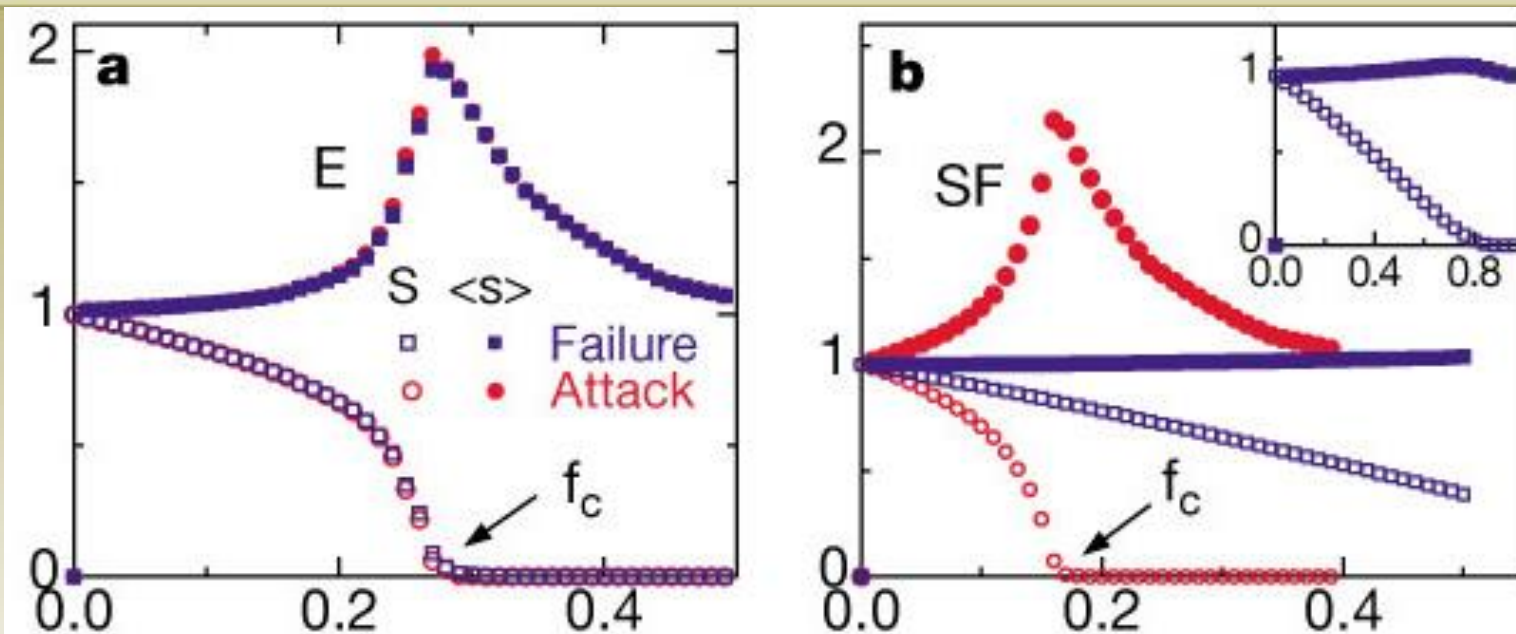
- **Error tolerance: Συνδεσιμότητα μετά τη διαδοχική διαγραφή τυχαίων κόμβων**
  - Στο exponential δίκτυο, η διάμετρος αυξάνει μονοτονικά με το  $f$
  - Στο scale-free δίκτυο, η διάμετρος παραμένει αμετάβλητη σε αυξανόμενο αριθμό σφαλμάτων. Ακόμη και όταν 5% των κόμβων αποτυγχάνουν, η επικοινωνία μεταξύ των υπολοίπων παραμένει σχετικά ανέπαφη
- **Attack tolerance: Συνδεσιμότητα μετά τη διαδοχική διαγραφή των πιο διασυνδεδεμένων κόμβων**
  - Στο exponential δίκτυο, δεν υπάρχει σημαντική διαφορά όταν οι κόμβοι διαγράφονται με τυχαίο τρόπο ή με διάταξη μειούμενης συνδεσιμότητας
  - Στο scale-free δίκτυο, όταν οι πιο διασυνδεδεμένοι κόμβοι διαγράφονται, η διάμετρος αυξάνει γρήγορα, διπλασιάζεται όταν διαγραφεί το 5% των κόμβων [επειδή η συνδεσιμότητα συντηρείται από λίγους υψηλά συνδεδεμένους κόμβους, των οποίων η διαγραφή αλλάζει δραστικά την τοπολογία του δικτύου και ελαττώνει την ικανότητα των υπολοίπων κόμβων να επικοινωνήσουν μεταξύ τους]




# Διαδικασία τμηματοποίησης του δικτύου

- Όταν διαγράφονται κόμβοι από ένα δίκτυο, τότε ομάδες (clusters) των κόμβων των οποίων οι σύνδεσμοι στο σύστημα εξαφανίζονται μπορεί ν' αποκοπούν από το κύριο cluster
- Για να κατανοήσουμε τη διαδικασία τμηματοποίησης (fragmentation), μετρούμε το μέγεθος του μεγαλύτερου cluster,  $S$ , ως ποσοστό του μεγέθους του συνολικού συστήματος, όταν ένα ποσοστό  $f$  των κόμβων διαγράφονται είτε τυχαία είτε μετά από επίθεση
- Για το exponential, καθώς αυξάνουμε το  $f$ , το  $S$  δείχνει μια συμπεριφορά κατωφλίου τέτοια ώστε για  $f > f_c \approx 0.28$ , έχουμε  $S \approx 0$
- Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται όταν εξετάζουμε το μέσο μέγεθος  $\langle s \rangle$  των μεμονωμένων clusters (δηλ., όλα τα clusters εκτός του μεγαλύτερου), βρίσκοντας ότι το  $\langle s \rangle$  αυξάνει γρήγορα έως ότου  $\langle s \rangle \approx 2$  στο  $f_c$ , μετά το οποίο μειώνεται στο  $\langle s \rangle = 1$

# Τμηματοποίηση του δικτύου



Σχετικό μέγεθος του μεγαλύτερου cluster  $S$  (ανοιχτά σύμβολα) και μέσο μέγεθος των μεμονωμένων clusters  $\langle s \rangle$  (γεμισμένα σύμβολα) ως συνάρτηση του ποσοστού των διαγραφέντων κόμβων  $f$  των ίδιων δικτύων όπως και στην 8<sup>η</sup> διαφάνεια. Το μέγεθος  $S$  ορίζεται ως το κλάσμα των κόμβων που περιέχονται στο μεγαλύτερο cluster (δηλ.  $S=1$  για  $f=0$ ). **[A]** Fragmentation του exponential δικτύου σε τυχαίες failures (τετράγωνα) και επιθέσεις (κύκλοι). **[B]** Fragmentation του scale-free δικτύου σε τυχαίες failures (μπλε τετράγωνα) και επιθέσεις (κόκκινοι κύκλοι). Το έσω γράφημα δείχνει τις καμπύλες της error tolerance για όλη το εύρος τιμών του  $f$ , αποδεικνύονται ότι το κύριο cluster διαχωρίζεται μόνο όταν αφαιρεθούν σχεδόν όλοι οι κόμβοι. Σημειώνουμε ότι η συμπεριφορά του scale-free δικτύου κάτω από errors παρουσιάζει το εξής φαινόμενο: σε εξαιρετικά υψηλούς ρυθμούς σφαλμάτων ( $f_{\max} \approx 0.75$ ) παρατηρούμε μια μικρή κορυφή στο  $\langle s \rangle$  ( $\langle s_{\max} \approx 1.06$ ) ακόμη και στην περίπτωση των τυχαίων σφαλμάτων, αποδεικνύοντας την ύπαρξη ενός κρίσιμου σημείου. Για τα **[A]** και **[B]**, τα πειράματα επαναλήφθηκαν για δίκτυα με μεγέθη  $N = 1,000, 5,000$  and  $20,000$ , παρουσιάζονται όμοια συμπεριφορά.



# Τμηματοποίηση του εκθετικού δικτύου

- Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν το ακόλουθο σενάριο κατάρρευσης
- Για μικρό  $f$ , μόνο μεμονωμένοι κόμβοι αποχωρίζονται,  $\langle s \rangle \approx 1$ , αλλά καθώς το  $f$  αυξάνει, το μέγεθος των τμημάτων που αποκόπτονται από το κύριο cluster αυξάνεται, δείχνοντας μια ασυνήθιστη συμπεριφορά στο  $f_c^e$
- Στο  $f_c^e$  το δίκτυο αποχωρίζεται πλήρως, το κύριο cluster σπάει σε μικρά κομμάτια, οδηγώντας το  $S \approx 0$ , και το μέγεθος των τμημάτων  $\langle s \rangle$  κορυφώνεται
- Καθώς συνεχίζουμε να αφαιρούμε κόμβους ( $f > f_c^e$ ), διασπάμε αυτά τα μεμονωμένα clusters, οδηγώντας σε περαιτέρω ελάττωση του  $\langle s \rangle$



# Τμηματοποίηση του δικτύου άνευ κλίμακας

- Η συμπεριφορά του scale-free δικτύου είναι διαφορετική
- Για τυχαία σφάλματα, ΔΕΝ παρατηρείται κατώφλι τμηματοποίησης. Αντίθετα, το μέγεθος του μεγαλύτερου cluster μειώνεται αργά. Το γεγονός ότι  $\langle s \rangle \approx 1$  για τις περισσότερες τιμές του  $f$ , δείχνει ότι το δίκτυο μειώνεται κόμβο-κόμβο, δηλ., αυξανόμενος αριθμός σφαλμάτων οδηγεί σε απομόνωση μεμονωμένων κόμβων και όχι ολόκληρων clusters. Επομένως, σε αντίθεση με την καταστροφική τμηματοποίηση του exponential δικτύου στο σημείο  $f_c^e$ , το scale-free δίκτυο μένει ενωμένο ως ένα μεγάλο cluster για πολύ υψηλές τιμές του  $f$ , παρέχοντας επιπλέον ένδειξη για την τοπολογική σταθερότητα αυτών των δικτύων σε τυχαία σφάλματα
- Αυτή η συμπεριφορά είναι συνεπής με την ύπαρξη ενός εντελώς καθυστερημένου κρίσιμου σημείου όπου το δίκτυο διαχωρίζεται πλήρως μόνο όταν το κύριο cluster έχει διαλυθεί εντελώς
- Από την άλλη πλευρά, η απόκριση στις επιθέσεις του scale-free δικτύου είναι παρόμοια με την απόκριση στις επιθέσεις και σφάλματα του exponential δικτύου. Στο κρίσιμο κατώφλι  $f_c^{sf} \approx 0.18$ , μικρότερο από το κατώφλι  $f_c^e \approx 0.28$  για το exponential δίκτυο, το συνολικό δίκτυο διαχωρίζεται σχηματίζοντας πολλά μεμονωμένα clusters



“Ταιριαστικότητα” δικτύου

Network assortativity



# Assortativity

- *Assortativity* ή assortative mixing είναι η προτίμηση των κόμβων ενός δικτύου να προσκολλώνται σε άλλους κόμβους με τους οποίους είναι όμοιοι κατά κάποιον τρόπο
- Παρόλο που το μέτρο ομοιότητας μπορείς να ποικίλλει, η assortativity συχνά εξετάζεται με όρους του βαθμού του κάθε κόμβου
- Συσχετίσεις μεταξύ κόμβων με παρόμοιο βαθμό συχνά εντοπίζονται στα mixing patterns πολλών πραγματικών δικτύων
  - Στα κοινωνικά δίκτυα, οι υψηλά διασυνδεδεμένοι κόμβοι τείνουν να συνδέονται με άλλους υψηλά διασυνδεδεμένους κόμβους. Αυτή η τάση αποκαλείται *assortative mixing* ή *assortativity*
  - Τα τεχνολογικά και βιολογικά δίκτυα τυπικά επιδεικνύουν *disassortative mixing* ή *dissortativity*, αφού οι υψηλού βαθμού κόμβοι τείνουν να συνδέονται με τους χαμηλού βαθμού κόμβους



# Μέτρηση της assortativity

- Η assortativity συνήθως εκλαμβάνεται ως συσχέτιση μεταξύ των βαθμών δυο κόμβων
- Τα πιο κοινά μέτρα είναι:
  - neighbor connectivity
  - assortativity coefficient
- Η *neighbor connectivity* εξετάζει τις ιδιότητες του  $\langle k_{nn} \rangle$  ή τον μέσο βαθμό των γειτόνων ενός κόμβου με βαθμό  $k$
- Ο ορισμός του είναι:  $\langle k_{nn} \rangle = \sum_{k'} k' P(k' | k)$ , όπου  $P(k' | k)$  είναι η υπο συνθήκη πιθανότητα ότι μια ακμή του κόμβου με βαθμό  $k$  δείχνει σε έναν κόμβο με βαθμό  $k'$
- Εάν η συνάρτηση αυτή είναι αύξουσα, το δίκτυο είναι assortative, αφού οι κόμβοι με μεγάλο βαθμό συνδέονται, συνήθως, σε κόμβους με μεγάλο βαθμό. Αλλιώς, εάν η συνάρτηση είναι φθίνουσα, το δίκτυο είναι dissortative

# Συντελεστής assortativity

- Ο συντελεστής assortativity  $r$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης Pearson του βαθμού μεταξύ ζευγών συνδεδεμένων κόμβων

$$r \equiv \frac{\langle jk \rangle_e - [\langle (j+k)/2 \rangle_e]^2}{\langle (j^2 + k^2)/2 \rangle_e - [\langle (j+k)/2 \rangle_e]^2}$$

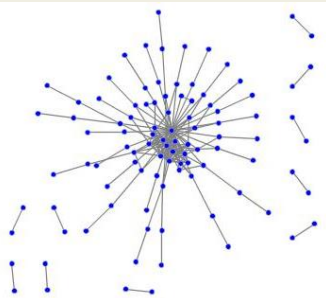
- όπου οι μέσοι όροι  $\langle \dots \rangle_e$  υπολογίζονται πάνω σε όλες τις ακμές  $e$ , και  $j, k$  είναι οι βαθμοί των κόμβων στα δυο άκρα της ακμής  $e$
- Θετικές τιμές του  $r$  σημαίνουν συσχέτιση μεταξύ κόμβων με παρόμοιο βαθμό, ενώ αρνητικές τιμές σημαίνουν σχέσεις μεταξύ κόμβων διαφορετικού βαθμού
  - Γενικά, οι τιμές του  $r$  κυμαίνονται μεταξύ  $-1$  και  $1$ . Όταν  $r=1$ , το δίκτυο αναφέρεται ότι έχει perfect assortative mixing patterns, ενώ όταν  $r = -1$  το δίκτυο είναι completely disassortative



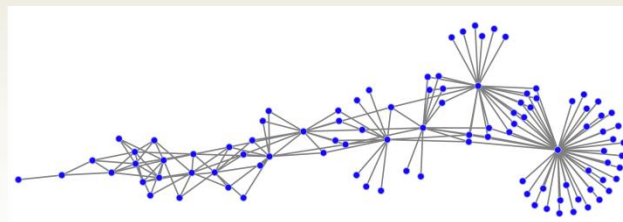
# Δίκτυα με διαφορετική assortativity

- Άσκηση 1.

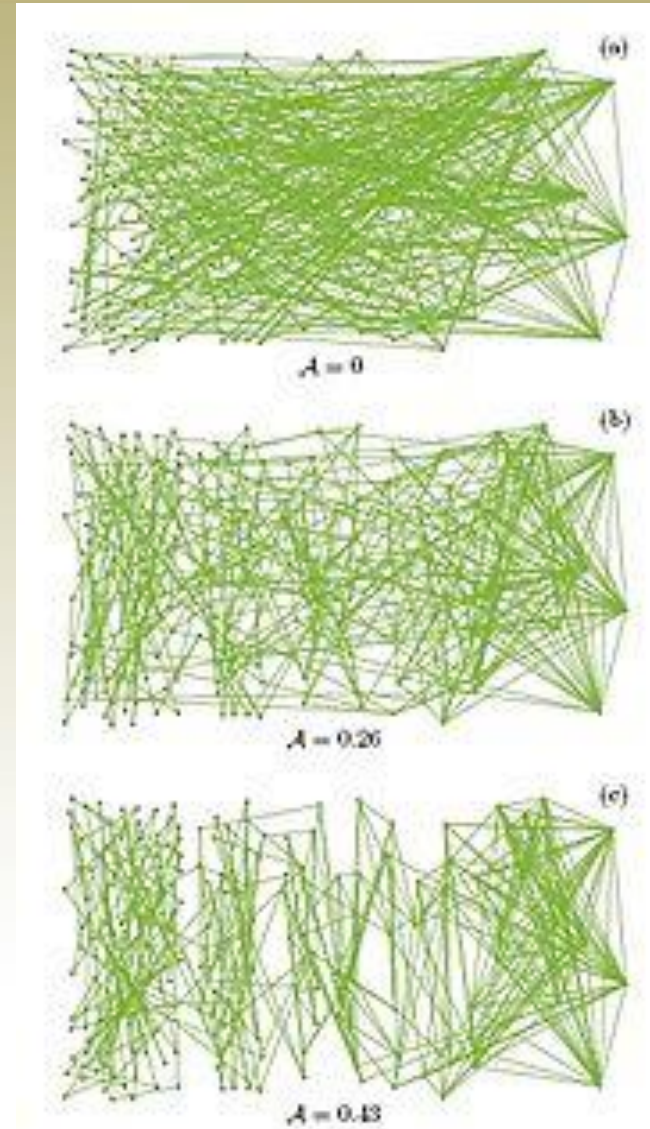
Ποιο δίκτυο πιστεύετε ότι είναι πιο επιρρεπές σε επιθέσεις; Κάποιο με μεγάλη assortativity ή κάποιο με μικρή assortativity;



assortative



disassortative





Αμβλύνοντας το αποτέλεσμα  
κακόβουλων επιθέσεων σε  
σύνθετα δίκτυα

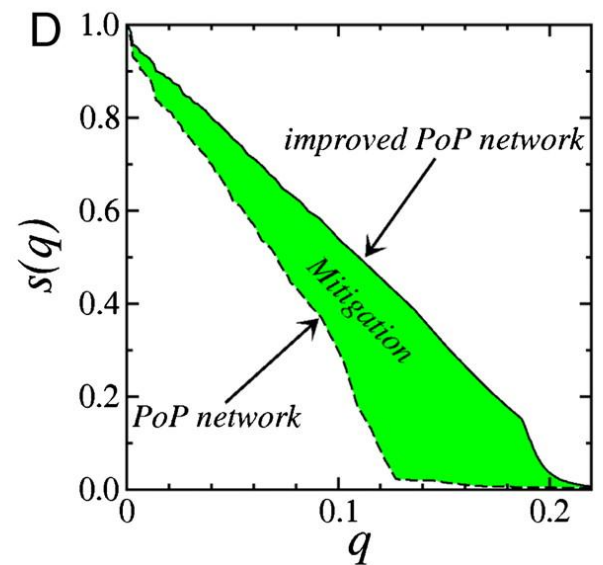
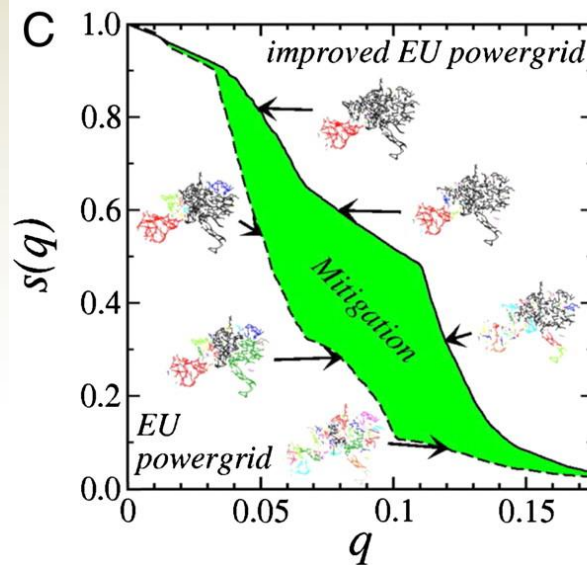
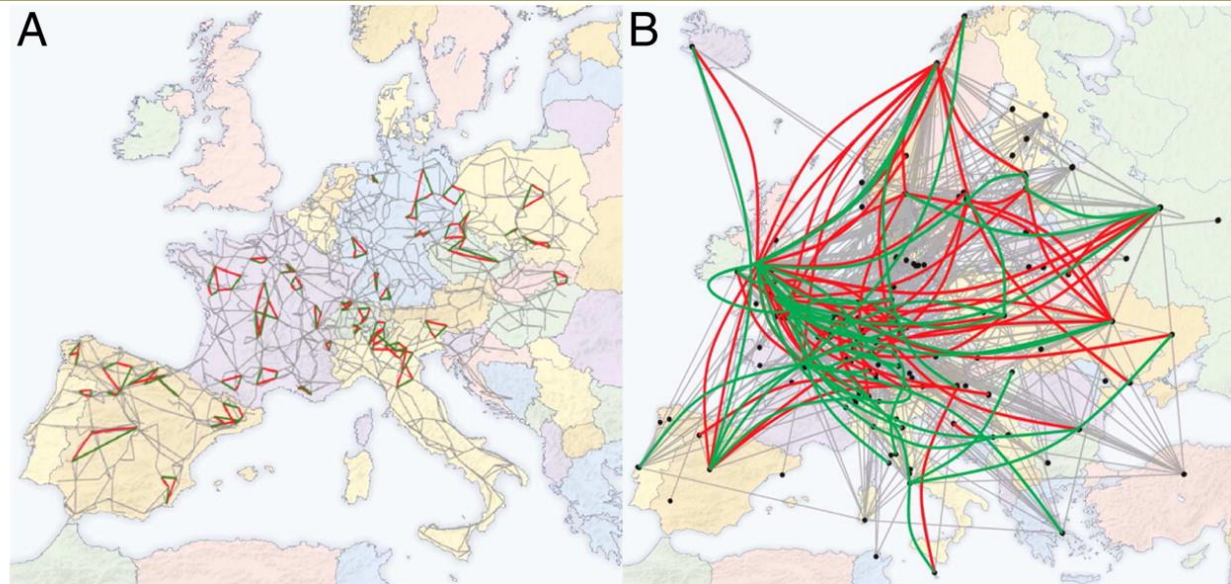
Mitigating malicious attacks on  
complex networks



# EU power grid και EU Internet σε επίπεδο PoP

[A] EU power grid με  $N=1254$  generators και  $M=1811$  power lines  
[B] το Internet με  $N=1098$  service providers και  $M=6089$  connections μεταξύ τους

Οι στικτές γραμμές στο [C] και [D] αναπαριστούν το μέγεθος της μεγαλύτερης συνδεδεμένης συνιστώσας μετά την διαγραφή ενός ποσοστού  $q$  των πιο διασυνδεδεμένων κόμβων. Αντί για τη στατική προσέγγιση, γίνεται χρήση μιας πιο δυναμικής, κατά την οποία οι πιο διασυνδεδεμένοι κόμβοι ξανα-υπολογίζονται μετά την απομάκρυνση κάθε κόμβου, πράγμα που συνιστά πιο επιβλαβή πρακτική. Ως συνέπεια, το “κλείσιμο” του 10% των power stations και η περικοπή του 12% των PoP θα επηρέαζαν το 90% της ακεραιότητας των αντίστοιχων δικτύων





# Περί ευρωστίας του δικτύου

- Οι πράσινες περιοχές στα [C] και [D] είναι η βελτίωση της ανθεκτικότητας του δικτύου για κάθε ποσοστό  $q$  επιθέσεων
- Ανταλλαγή μόνο ενός μικρού αριθμού power lines ή καλωδίων cables
  - χωρίς ν' αυξήσουμε το συνολικό μήκος των συνδέσεων, και
  - χωρίς ν' αυξήσουμε τον αριθμό των συνδέσεων κάθε κόμβου
- Συνήθως η ευρωστία μετριέται με την τιμή  $q_c$ , το κρίσιμο ποσοστό των επιθέσεων μετά το οποίο το δίκτυο καταρρέει εντελώς
- Αυτό το μέτρο αγνοεί καταστάσεις στις οποίες το δίκτυο υποφέρει μεγάλη ζημιά χωρίς όμως να καταρρεύσει εντελώς



# Μέτρο ευρωστίας


$$R = \frac{1}{N} \sum_{Q=1}^N s(Q),$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός κόμβων του δικτύου και  $s(Q)$  είναι το κλάσμα των κόμβων στη μεγαλύτερη διασυνδεδεμένη συνιστώσα μετά την αφαίρεση  $Q = qN$  κόμβων.

Ο παράγοντας κανονικοποίησης  $1/N$  καθιστά την ευρωστία δικτύων με διαφορετικό μέγεθος συγκρίσιμη. Η εμβέλεια των πιθανών τιμών του  $R$  είναι μεταξύ  $1/N$  και  $0.5$ , όπου αυτά τα όρια αντιστοιχούν σε ένα star δίκτυο και σε ένα πλήρως συνδεδεμένο γράφημα, αντίστοιχα

- Τη ουσία, το μέτρο αυτό μελετά το μέγεθος της μεγαλύτερης διασυνδεδεμένης συνιστώσας κατά τη διάρκεια όλων των κακόβουλων επιθέσεων



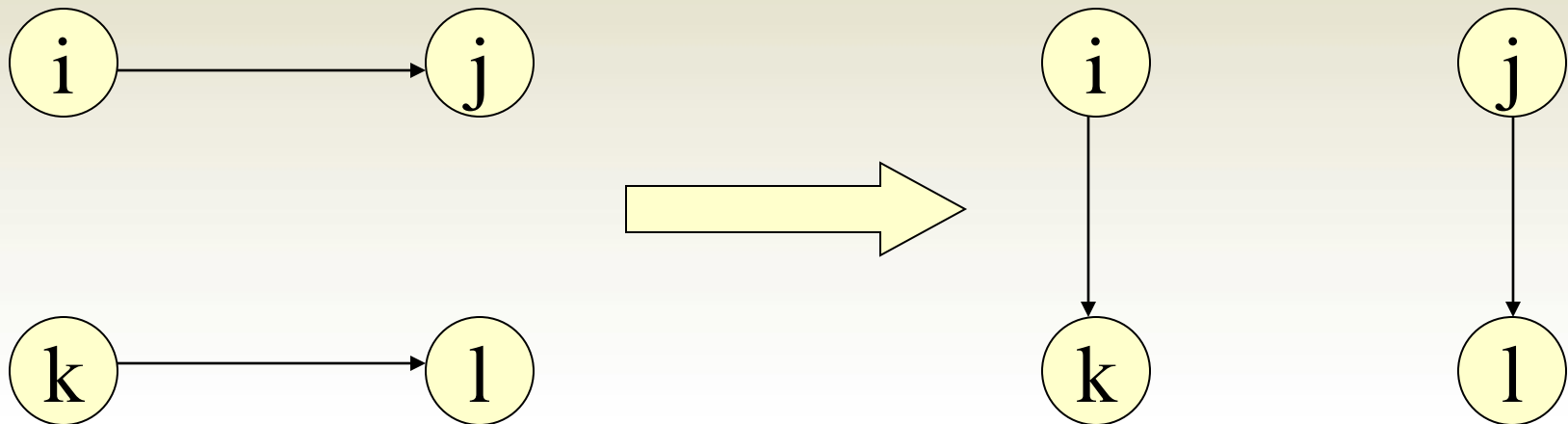


# Πώς θα κάνω το δίκτυο πιο εύρωστο;

- Η ευρωστία μπορεί ν' αυξηθεί:
  - Με προσθήκη συνδέσεων μέχρι το δίκτυο να γίνει πλήρες διασυνδεδεμένο
    - Για πρακτικούς λόγους και οικονομικούς (κόστος εγκατάστασης γραμμών, μεγαλύτερες απώλειες μετάδοσης) δεν είναι εφικτό
- Ψάχνουμε για μια λύση που δεν αυξάνει το κόστος των αλλαγών
  - Υποθέτουμε ότι αλλάζοντας το βαθμό κάποιου κόμβου είναι ακριβότερο από το ν' ανταλλάξουμε συνδέσεις

# Αλγοριθμικά, αυτή η ιδέα ...

- Στο αρχικό δίκτυο, ανταλλάσσουμε τις συνδέσεις δυο τυχαία επιλεγμένων συνδέσμων, έστω των  $e_{ij}$  και  $e_{kl}$ , οι οποίες συνδέουν τον κόμβο  $i$  με τον  $j$ , και τον κόμβο  $k$  με τον κόμβο  $l$ , αντίστοιχα, ώστε να γίνουν  $e_{ik}$  και  $e_{jl}$ , εάν και μόνο εάν η ευρωστία του δικτύου αυξάνεται, δηλ.,  $R_{\text{new}} > R_{\text{old}}$

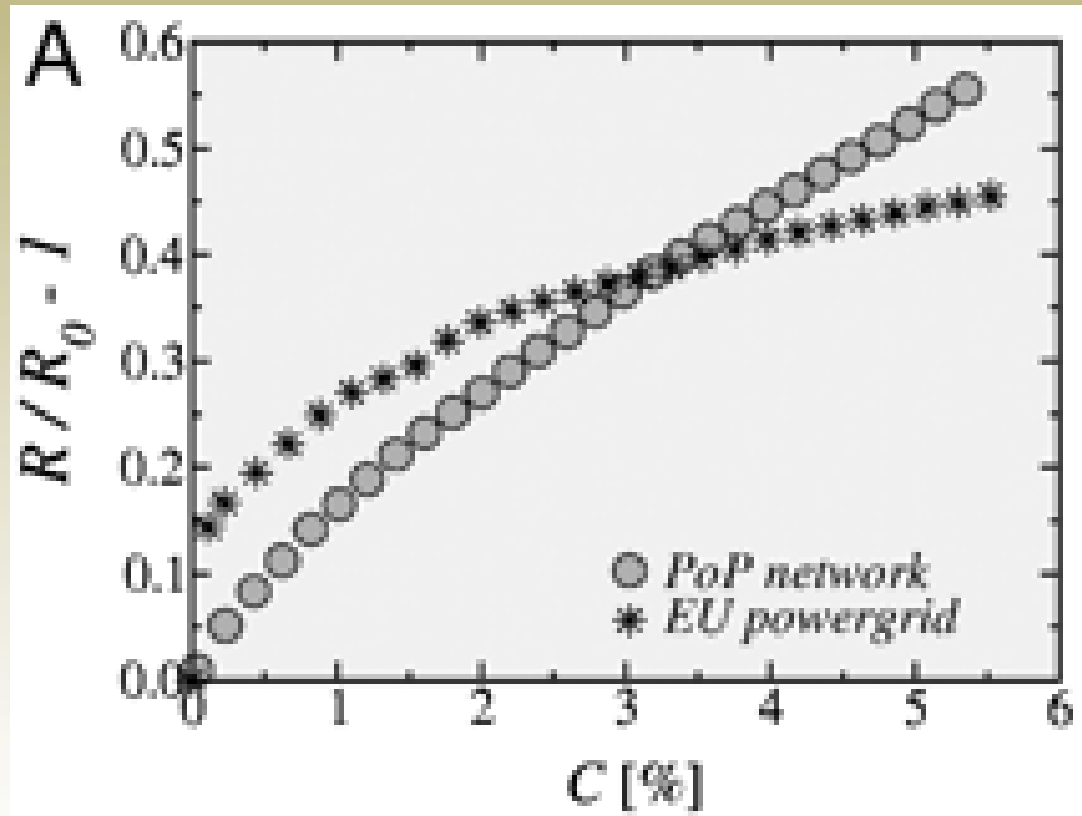




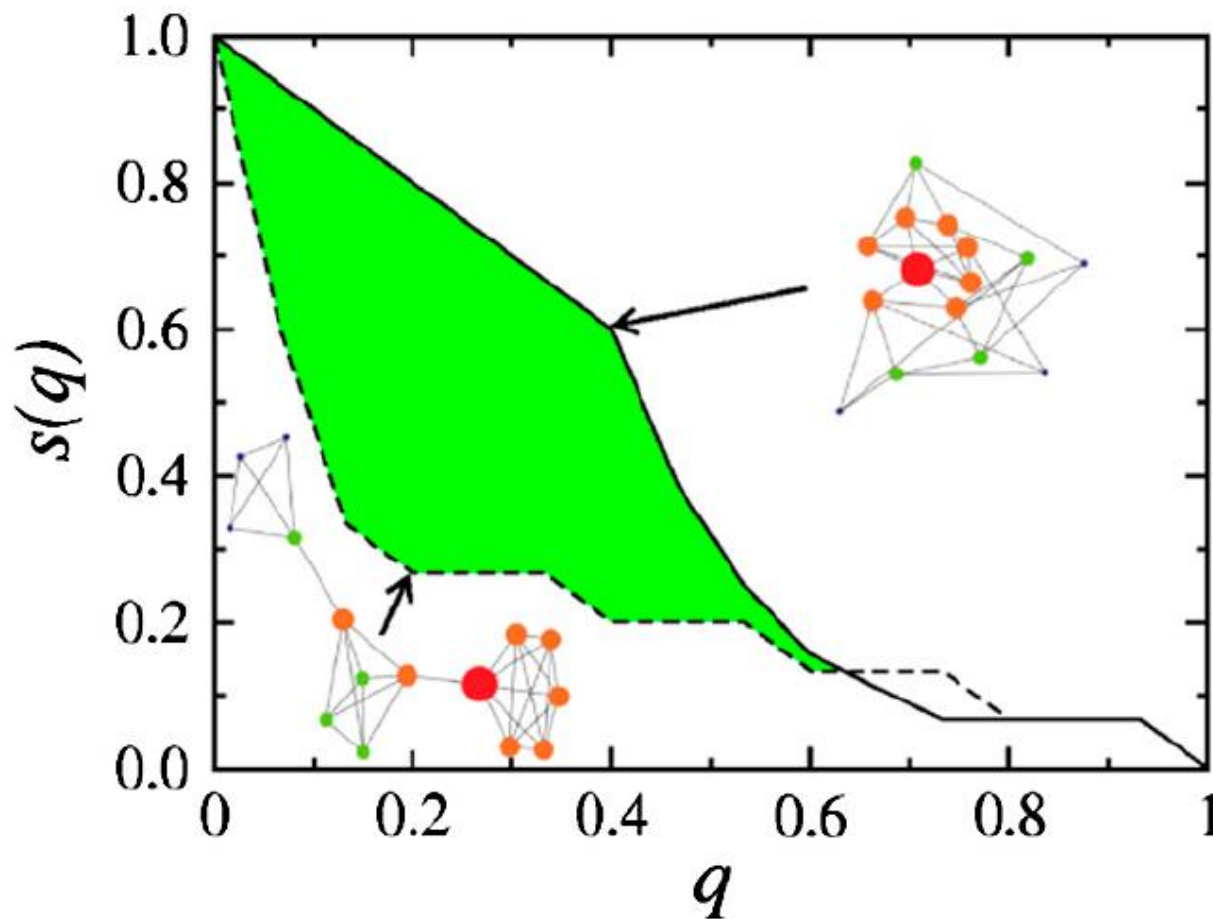
# Λεπτομερώς ο αλγόριθμος

- Ο αλγόριθμος εκκινεί υπολογίζοντας την ευρωστία του αρχικού (PoP) (power supply system). Επομένως, υπολογίζεται η ευρωστία  $R$  των 2,000 (1,000) ανεξάρτητων επιθέσεων βασισμένων στον προσαρμοσμένο υπολογισμό των κόμβων με μεγαλύτερο βαθμό. Η τιμή της μέσης ευρωστίας ανατίθεται στη  $R_{old}$
- Για να βελτιώσουμε την ευρωστία του δικτύου, δυο κόμβοι  $i$  και  $j$ , και δυο γείτονές τους  $k$  και  $l$ , επιλέγονται τυχαία
- Εάν η ανταλλαγή των γειτόνων – ο  $l$  γίνεται γείτονας του  $i$  και ο  $k$  γείτονας του  $j$  – δεν δημιουργεί self-connections ούτε double-connections, υπολογίζονται τα γεωγραφικά μήκη των συνδέσεων  $e_{il}$  και  $e_{jk}$
- Μόνο εάν το άθροισμα των μηκών τους είναι μικρότερο από το άθροισμα των μηκών των  $e_{ik}$  και  $e_{jl}$ , υπολογίζεται η τιμή της ευρωστίας  $R_{new}$  του νέου δικτύου, ξανά κατά το μέσο όρο 2,000 (1,000) ανεξάρτητων επιθέσεων
- Η ανταλλαγή των γειτόνων γίνεται αποδεκτή, μόνο εάν αυξάνει σημαντικά την ευρωστία, δηλαδή  $R_{new} > R_{old} + \delta_R$ , όπου το κατώφλι  $\delta_R$  τίθεται αυθαίρετα στην τιμή  $\delta_R = 0.0006$  (0.001)
- Μετά από  $10^6$  ( $10^8$ ) ανεξάρτητες ανταλλαγές, το κατώφλι μειώθηκε κατά έναν αυθαίρετο παράγοντα 0.8

# Εφαρμογή στα δίκτυα power-grid & PoP



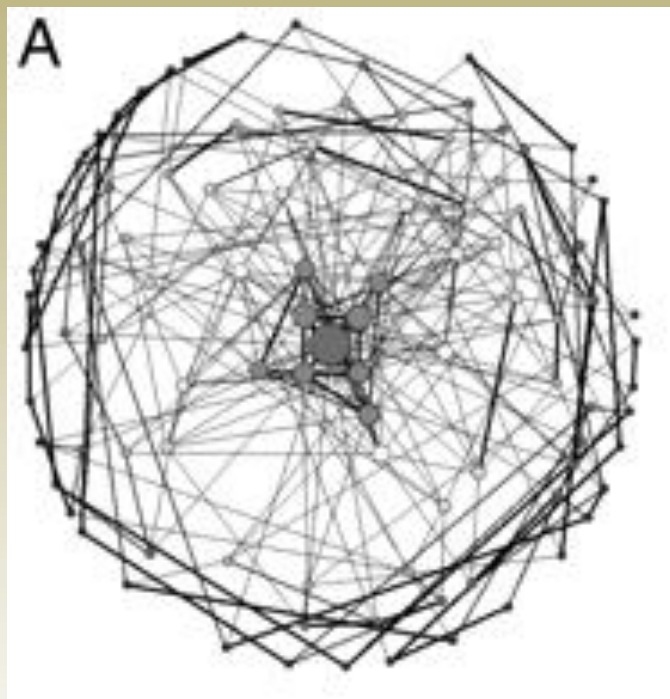
# Εφαρμογή σε assortative δίκτυα



Το μέγεθος του μεγαλύτερου συνδεδεμένου cluster  $s(q)$  σε σχέση με το κλάσμα των κόμβων που αφαιρέθηκαν σε ένα highly assortative network (στικτή γραμμή), και το αντίστοιχο βελτιωμένο onion-like δίκτυο (συνεχής γραμμή). Στο σχήμα εικονίζονται επίσης οι διαφορετικές τοπολογίες των δυο δικτύων.

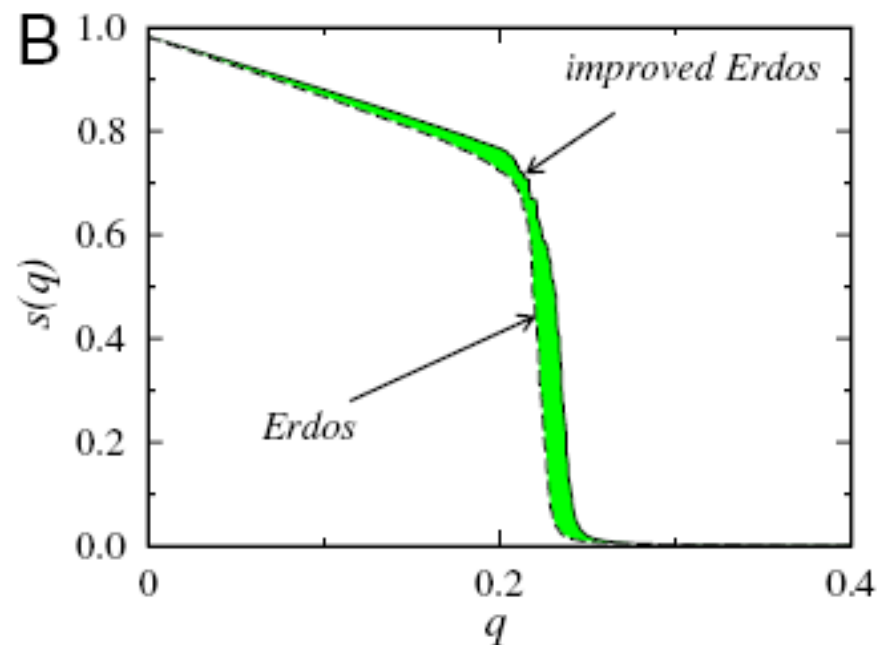
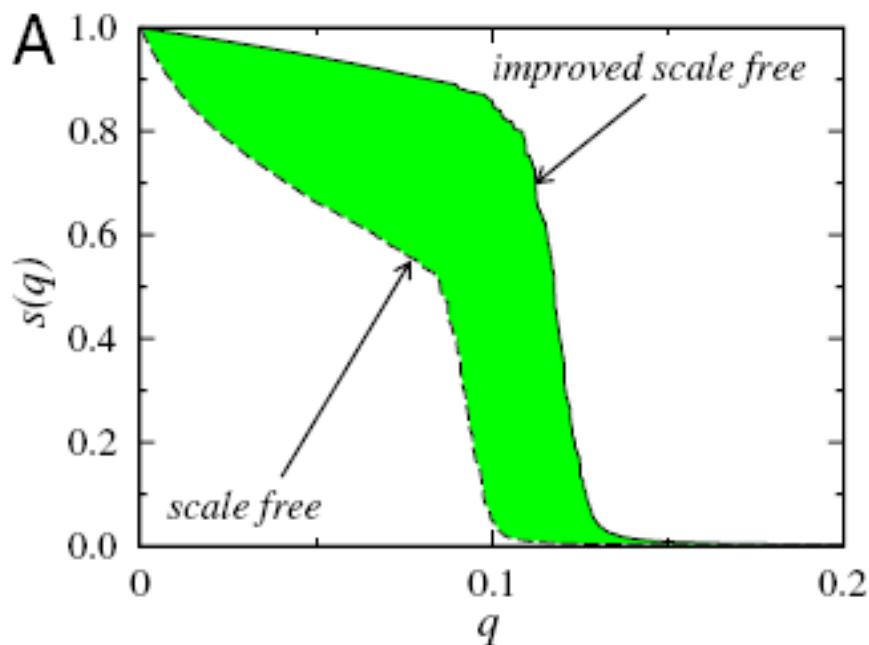


# Ποια είναι τα onion-like δίκτυα;



Onion-like δίκτυα: αποτελούνται από έναν πυρήνα με υψηλά διασυνδεδεμένους κόμβους ιεραρχικά περιβαλλόμενοι από δαχτυλίδια κόμβων με φθίνοντα βαθμό. Στα onion-like δίκτυα σχεδόν κάθε ζεύγος κόμβων ίσου βαθμού  $k$  είναι συνδεδεμένο με ένα μονοπάτι που δεν περιλαμβάνει κόμβους υψηλότερου βαθμού

# High betweenness attack



Το κλάσμα των κόμβων που ανήκουν στο largest connected cluster  $s(q)$  σε σχέση με το κλάσμα των κόμβων-θυμάτων της επίθεσης πριν και μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου όταν λαμβάνει χώρα μια high betweenness adaptive attack σε ένα (A) scale-free networks με  $N=4000$  and  $\gamma=2.5$ , και σε ένα (B) Erdos-Renyi δίκτυο με  $N=4000$  and  $M=8000$ . Η high betweenness adaptive attack είναι η πιο αποδοτική κακόβουλη επίθεση, αλλά απαιτεί γνώση της συνολικής τοπολογίας του δικτύου.