
Ορισμός Συναρτήσεων στην ML

Ονόματα και δεσμεύσεις: η συνάρτηση `val`

- Τα ονόματα σταθερών **δεσμεύονται** με τιμές σταθερών μέσω ορισμών της συνάρτησης `val`.

```
val codeof0 = ord "0"
```

```
val codeof9 = codeof0 + 9
```

- Τα ονόματα (`codeof0`, `codeof9`) δεσμεύονται στις ακέραιες τιμές 48 και 57 (η συνάρτηση `ord` παράγει τον κώδικα ASCII των χαρακτήρων στους οποίους εφαρμόζεται).
- Το `=` ορίζει τη δέσμευση συγκεκριμένου ονόματος σε τιμή, και επιπλέον λειτουργικά χρησιμοποιείται για την αντικατάσταση ονόματος/τιμής, όταν γίνεται υπολογισμός εκφράσεων.
- Ένα όνομα σταθεράς μπορεί να θεωρηθεί παρόμοιο με **μεταβλητή** (αλλά προσοχή, δεν είναι μεταβλητή μνήμης, όπως συμβαίνει στις διαδικασιακές γλ. προγ.).

Περιβάλλον και εμφάνιση

- **Περιβάλλον:** ένα σύνολο από δεσμεύσεις ονομάτων σε τιμές, δηλ. ορισμών της συνάρτησης **val**.
- Οι ορισμοί της **val** επεκτείνουν και τροποποιούν το περιβάλλον.
- Οι εκφράσεις υπολογίζονται μέσα σε συγκεκριμένο περιβάλλον.
- **Εμφάνιση ορισμού:** το περιβάλλον μέσα στο οποίο θεωρείται ισχύων ο ορισμός.

Ορισμός συναρτήσεων : **fun**

- Για να οριστεί μια νέα συνάρτηση πρέπει να της αποδοθεί όνομα, και να οριστεί δηλωτικά, ο κανόνας υπολογισμού της.
- Συνήθως συσχετίζεται με τη συνάρτηση μια **παράμετρος** (ένα προσωρινό όνομα για το όρισμά της).

fun double x = x + x

fun treble x = x * 3

fun sixtimes x = double (treble x)

- Η συνάρτηση **fun** χρησιμοποιείται για να οριστούν συναρτήσεις με παραμέτρους. Μπορεί να οριστεί μια συνάρτηση και μέσω της **val**, όταν δεν έχει παραμέτρους (σταθερές συναρτήσεις).
- Η εμβέλεια της παραμέτρου ενός ορισμού συνάρτησης περιορίζεται στον κανόνα υπολογισμού της συνάρτησης. Δηλαδή οι παράμετροι που εμφανίζονται σε διαφορετικούς ορισμούς συναρτήσεων δεν συσχετίζονται.

Παραδείγματα ορισμού συναρτήσεων (τύποι;)

fun even n = (n mod 2 = 0)

fun digit d = ord d >= codeof0 & ord d =< codeof9

fun uppercase s = ord s >= ord "A" & ord s =< ord "Z"

fun lowercase s = ord s >= ord "a" & ord s =< ord "z"

fun letter s = lowercase s or uppercase s

fun charofdigit n = chr (n + codeof0)

Συναρτήσεις με πλειάδες ορισμάτων

fun evernprod (x, y) = even (x * y)

fun eithereven (x, y) = even x or even y

fun sumbetween (m, n) = ((m+ n) * (abs(m-n) +1)) div 2

fun avepair (x, y) = (x + y) div 2

fun fst (x, y) = x

fun snd (x, y) = y

fun sumdiff (x, y) = (x+y, abs(x-y))

Υπό Συνθήκη Εκφράσεις: **if...then...else**

- Μαθηματικά συχνά ορίζουμε συναρτήσεις μέσω συνθηκών:

$$\text{min pair}(x, y) = \begin{cases} x & \text{if } x < y \\ y & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Η ML διαθέτει δομή **if...then...else**

```
fun minpair (x, y) = if x < y then x else y
```

Τύπος υπό συνθήκη εκφράσεων

$$\frac{E1 : \text{bool} \quad E2 : T \quad E3 : T}{\text{if } E1 \text{ then } E2 \text{ else } E3 : T}$$

- Προσοχή: E2 και E3 **ίδιου τύπου**, διαφορετικά ο τύπος της έκφρασης θα έπρεπε να εξαρτηθεί από την έκβαση του ελέγχου της συνθήκης.

- Ισχύει

if true then E2 else E3 = E2

if false then E2 else E3 = E3

Ενσωματωμένες υπό συνθήκη εκφράσεις

- Μπορούμε να ενσωματώσουμε υπό συνθήκη εκφράσεις σε άλλες για να αναπαραστήσουμε πολλαπλές διακλαδώσεις υπολογισμού.
- Όπου n, m τύπου `int` και $s1, s2$ τύπου `string`:
 - $m + (\text{if } m = 0 \text{ then } n \text{ else } n - m)$
 - $\text{if } m = n \text{ then } m \text{ else if } m < n \text{ then avepair } (m, n) \text{ else } (m + n) \text{ div } 2$
 - $\text{size } (\text{if } s1 = s2 \text{ then } s1^s2 \text{ else } s1^S1)$

Εναλλακτικός τρόπος ορισμού συναρτήσεων με πολλαπλά ορίσματα

```
fun minmaxpair (x, y) = if x < y then (x, y) else (y, x)  
fun maxpair anypair = snd(minmaxpair anypair)
```

Τι είναι το `anypair` στον ορισμό αυτό;

Υπολογίστε `maxpair (3, 6)`

Εναλλακτικός τρόπος ορισμού συναρτήσεων με περιπτώσεις

```
fun    not true = false
      |    not false = true
fun    true or b = true
      |    false or b = b
fun    true & b = b
      |    false & b = false
```

- Αντί για υποθετικές εκφράσεις, μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση παραθέτοντας διαφορετικές περιπτώσεις, ανάλογα με συγκεκριμένες σταθερές τιμές που μπορεί να δεχτούν ως όρισμα.
- Οι περιπτώσεις διαχωρίζονται με |

Infix και Prefix μορφές

fun not true = false

| not false = true

fun true or b = true

| false or b = b

fun true & b = b

| false & b = false

fun or (true, b) = true

| or (false, b) = b

fun & (true, b) = b

| & (false, b) = false

Ενοποίηση παραμέτρων

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όσες περιπτώσεις θέλουμε για τον ορισμό συναρτήσεων, και όποιο συνδυασμό παραμέτρων επιθυμούμε (σταθερές, πλειάδες, μεταβλητές), αρκεί:
 - οι παράμετροι να έχουν τύπο συμβατό με τον τύπο του πεδίου ορισμού της συνάρτησης
 - οι περιπτώσεις να παρατίθενται όλες, δηλ. οι παράμετροι να καλύπτουν όλα τα δυνατά ορίσματα
 - να μην υπάρχει ασάφεια ως προς το ποια περίπτωση ισχύει – σε περίπτωση που περισσότερες περιπτώσεις καλύπτουν τα ορίσματα της συνάρτησης, υποθέτουμε ότι υπάρχει από πάνω προς τα κάτω προτεραιότητα στις περιπτώσεις.

Παράδειγμα

Υπολογισμός σε περιβάλλον, ορισμός με περιπτώσεις

```
val first = "A"  
val second = "B"  
val third = "C"  
val coffee = "coffee"  
val tea = "tea"  
val water = "water"  
fun chose first = coffee  
  | chose second = tea  
  | chose third = water  
fun value coffee = 1  
  | value tea = 2  
  | value water = 0  
  | value coffee = 3  
fun atp (choice, quantity) = quantity * value chose choice
```

- Υπολογίστε $\text{atp}(A, 2) + \text{atp}(B, 1)$

Αναδρομικοί ορισμοί: αυτοαναφορά

`stringcopy` : `int` x `string` \rightarrow `string`

- Για κάθε $n \geq 0$ και `string` `s`, `stringcopy` (`n`, `s`) παράγει `string` από τη συνένωση `n` αντιγράφων του `s`.
- `stringcopy`(3, "xyz")= "xyzxyzxyz".

```
fun stringcopy (n, s) =  
    if n=0  
    then ""  
    else stringcopy(n-1, s) ^ s
```


Υπολογισμός με αναδρομικό ορισμό: επανεγγραφή με αντικατάσταση, εμβέλεια

```
stringcopy (2, "ab")  
= if 2 = 0 then "" else stringcopy (2-1, "ab") ^ "ab"  
= if false then "" else stringcopy (1, "ab") ^ "ab"  
=stringcopy (1, "ab") ^ "ab"  
= (if 1=0 then "" else stringcopy (1-0, "ab") ^ "ab") ^ "ab"  
= (if false then "" else stringcopy (0, "ab") ^ "ab") ^ "ab"  
=(stringcopy( 0, "ab") ^ "ab") ^ "ab"  
= ((if 0 = 0 then "" else stringcopy (0-1, "ab") ^ "ab") ^ "ab") ^ "ab"  
= ((if true then "" else stringcopy (0-1, "ab") ^ "ab") ^ "ab") ^ "ab"  
= ("" ^ "ab") ^ "ab"  
="ab" ^ "ab"  
="abab"
```