

# HY416 ΓΡΑΦΙΚΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

## Μετασχηματισμοί Μοντελοποίησης και Θέσης

Κ. ΝΤΑΛΟΥΚΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ & ΜΗΧ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

## Μετασχηματισμός Συντεταγμένων

---

- ▶ Μετασχηματισμός συντεταγμένων  $\rightarrow$  Κανόνας αντιστοίχισης
- ▶  $(x, y, z) \rightarrow (x', y', z')$
- ▶ Δηλώνοντας ένα σημείο με συντεταγμένες  $(x, y, z)$  ορίζουμε στη σκηνή ένα νέο σημείο με συντεταγμένες  $(x', y', z')$ .
- ▶ Σε μορφή μητρώων:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

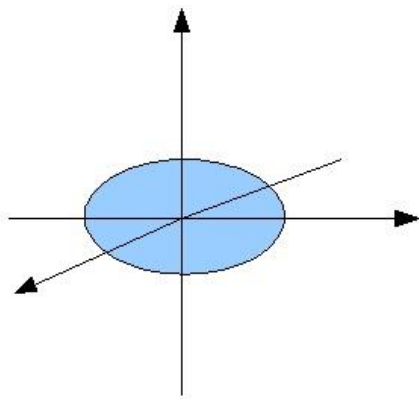
# Συντεταγμένες μοντέλου – Μετασχηματισμός μοντέλου

## ► Συντεταγμένες μοντέλου:

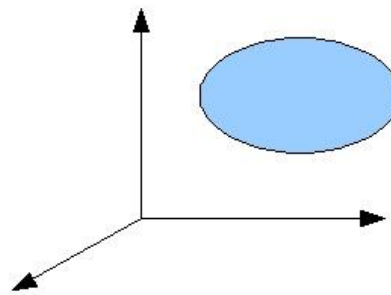
- οι συντεταγμένες με τις οποίες δηλώνεται ένα πρότυπο σχήμα

## ► Μετασχηματισμός μοντέλου:

- αντιστοίχιση συντεταγμένων μοντέλου σε συντεταγμένες σκηνής



Συντεταγμένες  
μοντέλου

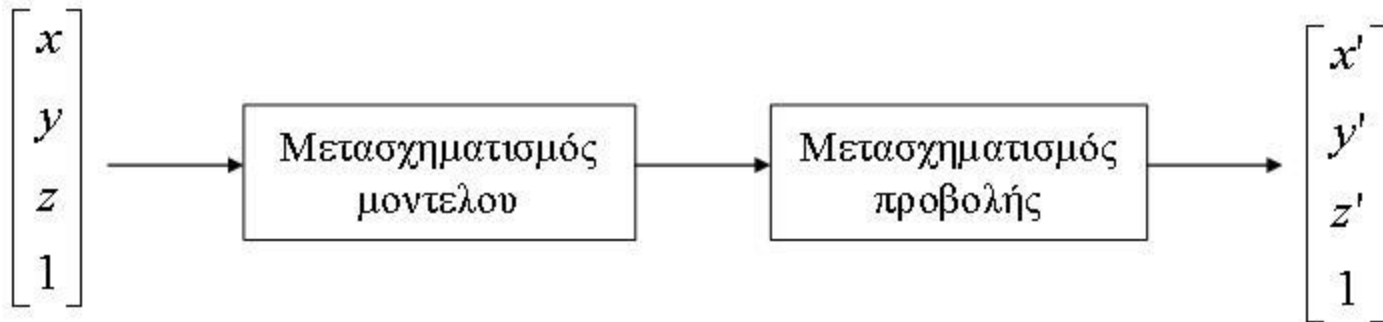


Συντεταγμένες  
σκηνής

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M_{\text{modelview}} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Μητρώα Μετασχηματισμού

- ▶ Μητρώο μετασχηματισμού μοντέλου (modelview matrix):
  - ▶ Μετασχηματίζει τις συντεταγμένες μοντέλου σε συντεταγμένες σκηνής.
- ▶ Μητρώο προβολής (projection matrix):
  - ▶ Μετασχηματίζει τις συντεταγμένες σκηνής ανάλογα με τον τύπο προβολής που επιλέγουμε.
- ▶ Τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου και προβολής έχουν διαστάσεις 4x4.
- ▶ Οι μετασχηματισμοί μοντέλου και προβολής εκτελούνται αλυσιδωτά.



# Επεξεργασία Μητρώων Μετασχηματισμού

---

- ▶ Σε κάθε χρονική στιγμή μπορούμε να επεξεργαστούμε μόνο ένα από τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου ή προβολής
  - ▶ Θυμηθείτε ότι η OpenGL λειτουργεί ως *state machine*
- ▶ Η επιλογή του μητρώου που επεξεργαζόμαστε γίνεται με την εντολή *glMatrixMode*
- ▶ *void glMatrixMode(GLenum matrix);*
- ▶ *GL\_MODELVIEW* : μετάβαση στην κατάσταση επεξεργασίας μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου
- ▶ *GL\_PROJECTION* : μετάβαση στην κατάσταση επεξεργασίας μητρώου προβολής

# Μητρώα Μετασχηματισμών ως Μεταβλητές Κατάστασης

---

- ▶ Τα μητρώα μετασχηματισμών διατηρούν τις τιμές που τους έχουν ανατεθεί την τελευταία φορά.
- ▶ Αν απαιτηθεί η αρχικοποίησή τους, αυτή θα πρέπει να δηλωθεί ρητά από τον προγραμματιστή με την εντολή *glLoadIdentity*.
- ▶ *void glLoadIdentity();*
- ▶ Αρχικοποιεί το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού στην τιμή  $I_4$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου και προβολής έχουν ως αρχική τιμή τον πίνακα  $I_4$ . Επομένως, με τις αρχικές τους ρυθμίσεις, δεν προκαλούν μεταβολή στις συντεταγμένες μοντέλου.

## Αρχικοποίηση Μητρώων

---

- ▶ Ο προγραμματιστής, πριν δώσει εντολή αρχικοποίησης μητρώου, θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι η εντολή θα αρχικοποιήσει το επιθυμητό μητρώο μετασχηματισμού.
- ▶ Παράδειγμα 1: Αρχικοποίηση μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου
  - ▶ `glMatrixMode(GL_MODELVIEW);`
  - ▶ `glLoadIdentity( );` // Αρχικοποίηση του μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου
- ▶ Παράδειγμα 2: Αρχικοποίηση μητρώου προβολής
  - ▶ `glMatrixMode(GL_PROJECTION);`
  - ▶ `glLoadIdentity( );`

# Στοιχειώδεις Μετασχηματισμοί

---

- ▶ Μετατόπιση
- ▶ Κλιμάκωση
- ▶ Κλίση
- ▶ Περιστροφή



# Μετατόπιση

---

- ▶ Μετατόπιση σημείου στο χώρο κατά  $(x_{tr}, y_{tr}, z_{tr})$  ως προς τις διευθύνσεις  $x, y, z$ .

$$x' = x + x_{tr}$$

$$y' = y + y_{tr}$$

$$z' = z + z_{tr}$$

- ▶ Μητρώο μετατόπισης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Μετατόπιση στην OpenGL

---

- ▶ Ο ορισμός μητρώου μετατόπισης κατά  $(x_{tr}, y_{tr}, z_{tr})$  γίνεται με τις εντολές ***glTranslate\****.
- ▶ ***glTranslatef ( GLfloat xtr, GLfloat ytr, GLfloat ztr );***
- ▶ ***glTranslated ( GLdouble xtr, GLdouble ytr, GLdouble ztr );***
- ▶  $x_{tr}, y_{tr}, z_{tr}$  οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y και z.

## Κλιμάκωση

- ▶ Οι συντεταγμένες πολλαπλασιάζονται με ένα σταθερό συντελεστή ανά διεύθυνση

$$x' = s_x \cdot x$$

$$y' = s_y \cdot y$$

$$z' = s_z \cdot z$$

- ▶  $s_x, s_y, s_z$  : συντελεστές κλιμάκωσης ως προς τις διευθύνσεις  $x$   $y$  και  $z$  αντίστοιχα

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Κλιμάκωση στην OpenGL

---

- ▶ Στην OpenGL, η κλιμάκωση εκτελείται με τις εντολές *glScale\**:
- ▶ *void glScalef(GLfloat sx, GLfloat sy, GLfloat sz);*
- ▶ *void glScaled(GLdouble sx, GLdouble sy, GLdouble sz);*
- ▶ *sx, sy, sz* οι συντελεστές κλιμάκωσης κατά τις διευθύνσεις *x, y, z* αντίστοιχα.

## Ανάκλαση

---

- ▶ Ειδική περίπτωση κλιμάκωσης
  - ▶  $s_x=-1$  ή  $s_y=-1$  ή  $s_z=-1$
- ▶ Η ανάκλαση εξάγει το συμμετρικό ενός σημείου ως προς το επίπεδο  $x=0$ ,  $y=0$  ή  $z=0$  αντίστοιχα

$$S_{REFX} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{REFY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{REFZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Περιστροφή

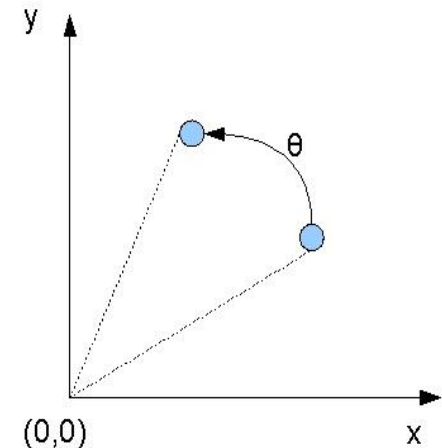
- ▶ Η περιστροφή ενός σημείου κατά γωνία  $\theta$  (επιπέδου  $XY$ )
- ▶ Άξονας περιστροφής στην αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων σκηής

$$x' = \cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y$$

$$y' = \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y$$

- ▶ Περιγραφή περιστροφής στις τρεις διαστάσεις
  - ▶ Θεωρούμε ότι  $z' = z$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



## Περιστροφή ως προς $X'X$

- ▶ Οι περιστροφές ως προς τους άλλους άξονες του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων σκηνής προκύπτουν με κυκλική εναλλαγή μεταβλητών:

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$$

- ▶ Πρώτη εναλλαγή μεταβλητών: περιστροφή σημείου στο χώρο κατά γωνία  $\phi$  με άξονα περιστροφής τον  $X'X$

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= \cos \phi \cdot y - \sin \phi \cdot z \\ z' &= \sin \phi \cdot y + \cos \phi \cdot z \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Περιστροφή ως προς $Y'Y$

- ▶ Δεύτερη εναλλαγή μεταβλητών: περιστροφή σημείου στο χώρο κατά γωνία  $\phi$  με άξονα περιστροφής τον  $Y'Y$

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$$

$$\begin{aligned} x' &= \cos \phi \cdot x + \sin \phi \cdot z \\ y' &= y \\ z' &= -\sin \phi \cdot x + \cos \phi \cdot z \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



# Περιστροφή στην OpenGL

---

- ▶ Μπορούμε να εκτελέσουμε μετασχηματισμούς περιστροφής ως προς οποιονδήποτε άξονα περιστροφής.
- ▶ Ορίζουμε ένα διάνυσμα που η διεύθυνσή του ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής.
  - ▶ Προσοχή: ο άξονας περιστροφής διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ▶ Οι μετασχηματισμοί περιστροφής εκτελούνται με τις εντολές *glRotate\**
- ▶ *glRotatef (GLfloat angle, GLfloat vx, GLfloat vy, GLfloat vz );*
- ▶ *glRotated (GLdouble angle, GLdouble vx, GLdouble vy, GLdouble vz );*
  - ▶ *angle*: η γωνία περιστροφής σε μοίρες
  - ▶ *vx,vy,vz*: οι συνιστώσες διανύσματος που εκφράζει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής

# Σύνθετοι Μετασχηματισμοί

---

- ▶ Σύνθετος μετασχηματισμός: Μία αλυσιδωτή εφαρμογή στοιχειωδών μετασχηματισμών
- ▶ Ένας σύνθετος μετασχηματισμός δημιουργείται από τους επιμέρους στοιχειώδεις μετασχηματισμούς που αναλύθηκαν.
- ▶ Σύμβαση: Το μητρώο ενός σύνθετου μετασχηματισμού αναπαρίσται με τη μορφή γινομένου μητρώων στοιχειωδών μετασχηματισμών
- ▶ Σε 3D σύνθετους μετασχηματισμούς, για να είναι εφικτή η αναπαράσταση τους σε μορφή γινομένου, τα μητρώα θα πρέπει να έχουν διαστάσεις  $4 \times 4$ .

## Ομογενείς Συντεταγμένες

---

- ▶ Χρησιμοποιούνται προκειμένου όλοι οι μετασχηματισμοί να μπορούν να αναπαρασταθούν με μορφή μητρώων.
- ▶ Κάθε σημείο αναπαρίσταται με τέσσερις συντεταγμένες  $(x, y, z, w)$
- ▶ Η παράμετρος  $w$  παίρνει την τιμή 1.
- ▶ Επεκτείνοντας τη διάσταση των μητρώων κατά 1 επιτρέπουμε το συνδυασμό όλων των στοιχειωδών μετασχηματισμών σε ένα σύνθετο μητρώο με σχέσεις γινομένου.

## Παράδειγμα Σύνθετου Μετασχηματισμού

---

- ▶ 4x4 μητρώο περιστροφής

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ 4x4 μητρώο μετατόπισης

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Ο σύνθετος μετασχηματισμός προκύπτει από το γινόμενο των μητρώων στοιχειωδών μετασχηματισμών

# Πολλαπλασιασμός στοιχειωδών μητρώων μετασχηματισμού

---

- ▶ Εντολές έμμεσης δήλωσης στοιχειωδών μετασχηματισμών (`glTranslate`, `glRotate` κλπ ) δεν αντικαθιστούν το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού αλλά πολλαπλασιάζονται με αυτό
- ▶ Κάθε στοιχειώδες μητρώο  $M$  που δηλώνουμε έμμεσα πολλαπλασιάζεται με το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού  $C$  από δεξιά.

$$C' = C \cdot M$$

- ▶ Εν γένει, στον πολλαπλασιασμό μητρώων δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα

$$CM \neq MC$$

- ▶ Έχει μεγάλη σημασία η διαδοχή με την οποία επιβάλλονται οι στοιχειώδεις μετασχηματισμοί.

## Σειρά Δήλωσης Μετασχηματισμών

- ▶ Στην OpenGL, οι συντεταγμένες των σημείων εκφράζονται με τη μορφή **διανυσμάτων στηλών**.
- ▶ Τα μητρώα μετασχηματισμού πολλαπλασιάζονται με τα διανύσματα στήλες των συντεταγμένων μόνο από αριστερά.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Έστω ο σύνθετος μετασχηματισμός

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M_1 \cdot M_2 \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Τα μητρώα στοιχειωδών μετασχηματισμών δηλώνονται από αριστερά προς τα δεξιά. Επομένως το μητρώο που επιδρά πρώτο ( $M_2$ ) πρέπει να δηλωθεί τελευταίο.

## Παράδειγμα Σύνθετου Μετασχηματισμού

- ▶ Προγραμματιστική υλοποίηση μετασχηματισμού:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = T \cdot R \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ `glMatrixMode(GL_MODELVIEW);` // Μετάβαση στην κατάσταση Επεξεργασίας του μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου
- ▶ `glLoadIdentity( );` // αρχικοποίηση μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου (εάν αυτή είναι απαραίτητη)
- ▶ `glTranslate{fd}(xtr,ytr,ztr);` // Ορισμός μητρώου μετατόπισης
- ▶ `glRotate{fd}(\theta,0,0,1);` // Ορισμός μητρώου περιστροφής

## Άμεσος Ορισμός Μετασχηματισμού

---

- ▶ Η OpenGL δίνει τη δυνατότητα για δημιουργία μητρώων μετασχηματισμών που δεν ανήκουν στους προκαθορισμένους
  - ▶ Άμεσος ορισμός μετασχηματισμού
  - ▶ Π.χ. Μετασχηματισμοί κλίσης
- ▶ Δύο κατηγορίες:
- ▶ α) Αντικατάσταση του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού
- ▶ β) Πολλαπλασιασμός τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού με αυθαίρετο μητρώο



# Αντικατάσταση Τρέχοντος Μητρώου Μετασχηματισμού

---

- ▶ *void glLoadMatrixf(GLfloat \*elem16);*
- ▶ *void glLoadMatrixd(GLdouble \*elem16 );*
- ▶ ***elem16***: μητρώο που περιέχει τις τιμές του νέου μητρώου

$$elem16 = \begin{bmatrix} elem[0] & elem[4] & elem[8] & elem[12] \\ elem[1] & elem[5] & elem[9] & elem[13] \\ elem[2] & elem[6] & elem[10] & elem[14] \\ elem[3] & elem[7] & elem[11] & elem[15] \end{bmatrix}$$

## Πολλαπλασιασμός με το Τρέχον Μητρώο

---

- ▶ *void glMultMatrixf (GLfloat \*elem16);*
- ▶ *void glMultMatrixd (GLdouble \*elem16);*
- ▶ ***elem16***: μητρώο μετασχηματισμού δοσμένο υπό τη μορφή ομογενών συντεταγμένων
- ▶ Η εντολή *glMultMatrix\** πολλαπλασιάζει το μητρώο *elem16* με το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού *C* από δεξιά.

$$C' = C \cdot elem16$$

## Παράδειγμα: Μετασχηματισμός Κλίσης

- ▶ Η τιμή μίας από τις συντεταγμένες  $x, y, z$  μεταβάλλεται γραμμικά ως προς μία ή περισσότερες εκ των άλλων δύο συντεταγμένων
  - ▶ π.χ. γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης  $x$  ως προς  $y$

$$x' = x + a \cdot y$$

- ▶  $a$  : συντελεστής κλίσης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Στο παραπάνω παράδειγμα η συντεταγμένη  $x'$  μεταβάλλεται γραμμικά ως προς την απόσταση του σημείου  $x, y, z$  από το επίπεδο  $y=0$  (που είναι ίση με  $y$ )

## Κλίση ως προς Δύο Επίπεδα

- ▶ Η τιμή μίας από τις συντεταγμένες  $x, y, z$  μεταβάλλεται γραμμικά προς μία ή περισσότερες εκ των άλλων δύο συντεταγμένων
- ▶ Πχ γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης  $z$  ως προς  $x$  και  $y$

$$z' = a \cdot x + b \cdot y + z$$

- ▶  $a, b$  : συντελεστές κλίσης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Στο παραπάνω παράδειγμα η συντεταγμένη  $z'$  μεταβάλλεται γραμμικά ως προς την απόσταση του σημείου  $x, y, z$  από τα επίπεδα  $y=0$  και  $x=0$

## Κλίση ως προς Τυχαία Επίπεδα Αναφοράς

- ▶ Μετασχηματισμοί κλίσης με αναφορά τυχαία επίπεδα  $x=x_0$   $y=y_0$   $z=z_0$ 
  - ▶ Π.χ γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης  $z$  ως προς  $x$  και  $y$

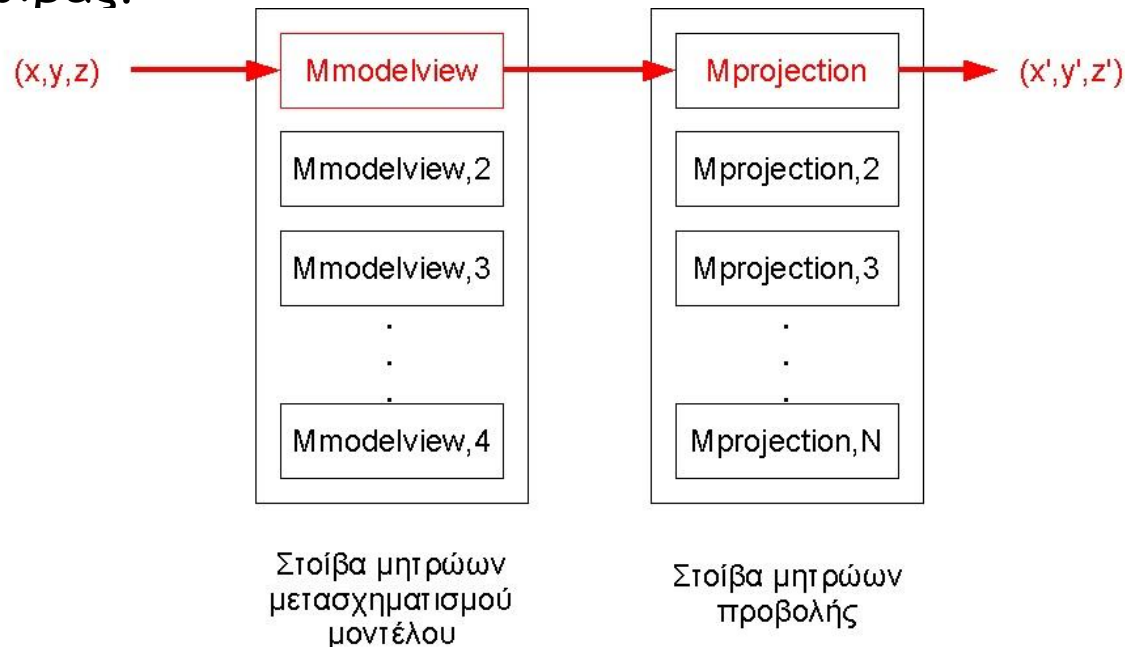
$$z' = a(x - x_0) + b \cdot (y - y_0) + z$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & -(a \cdot x_0 + b \cdot y_0) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Για τον ορισμό μετασχηματισμών κλίσης δεν υπάρχει συγκεκριμένη εντολή στην OpenGL .
- ▶ Ο ορισμός μητρώων κλίσης γίνεται με την άμεση ανάθεση τιμών στα στοιχεία του μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου.

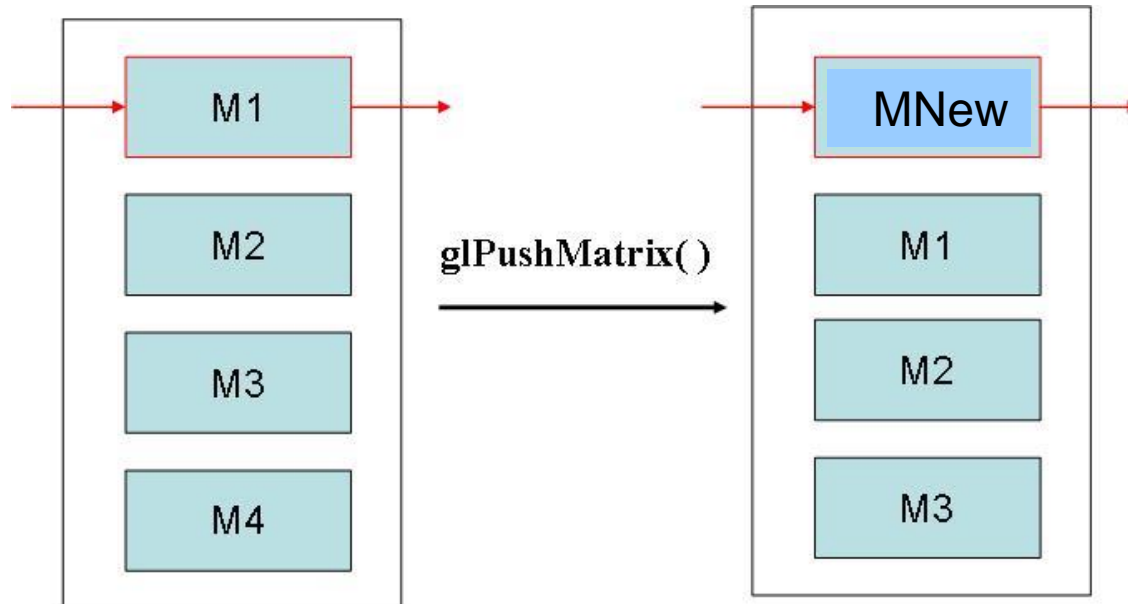
# Στοιβες Μητρώων Μετασχηματισμού

- ▶ Για κάθε κατηγορία μητρώου μετασχηματισμού (μοντέλου και προβολής) η μηχανή της OpenGL προβλέπει την ύπαρξη μιας στοίβας
- ▶ Το ενεργό μητρώο μετασχηματισμού βρίσκεται στην κορυφή της κάθε στοίβας.



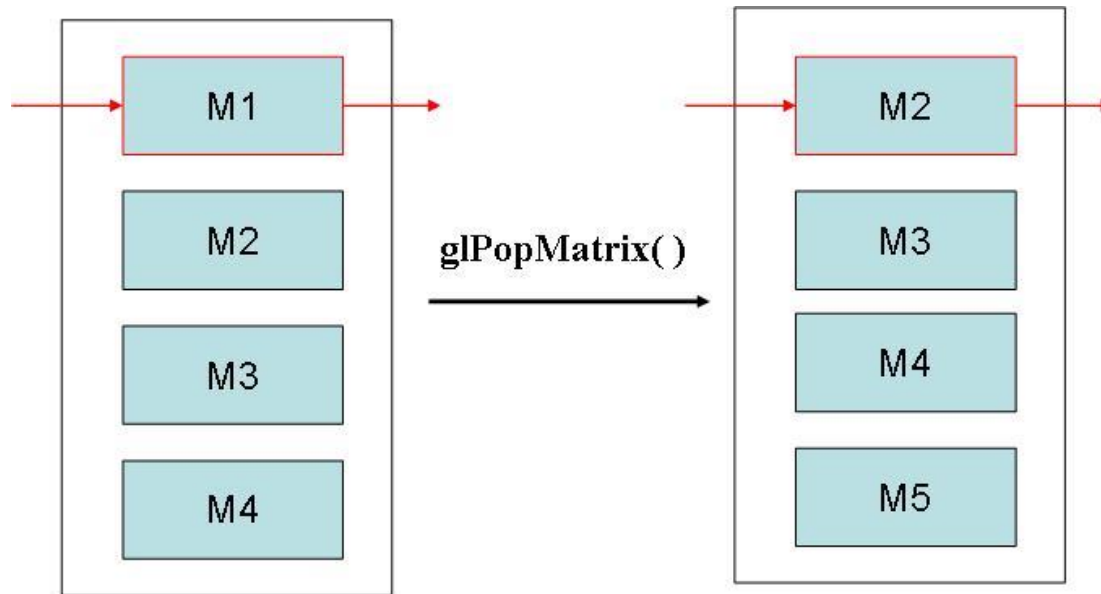
# Προσθήκη Μητρώου

- ▶ Η OpenGL προσφέρει τη δυνατότητα για αποθήκευση του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού για μετέπειτα χρήση
- ▶ *void glPushMatrix();*
- ▶ Μεταφέρει το ενεργό μητρώο και όσα βρίσκονται χαμηλότερα από αυτό κατά ένα επίπεδο προς τα κάτω στη στοίβα.



## Ανάκληση Μητρώου από τη Στοιίβα

- ▶ `void glPopMatrix();`
- ▶ Η εκτέλεση της `glPopMatrix` μεταθέτει κάθε μητρώο κατά μία θέση προς τα πάνω στη στοιίβα.
- ▶ Το ενεργό μητρώο αντικαθίσταται από το αμέσως επόμενο του στη στοιίβα.





# Αλλαγή Συστήματος Συντεταγμένων

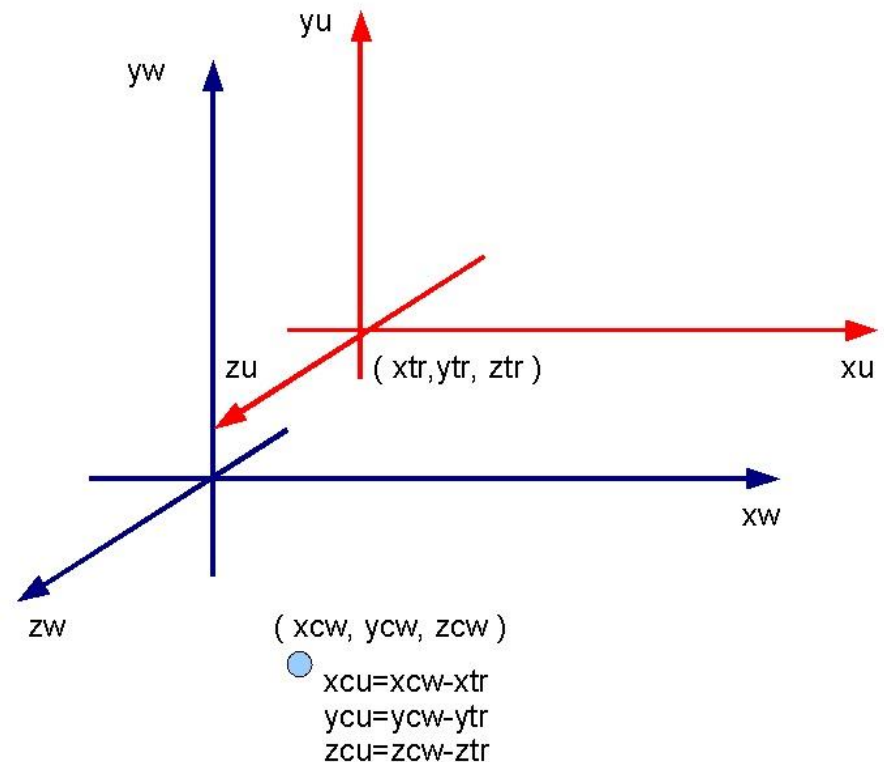
---

- ▶ Οι δηλώσεις μετασχηματισμών που αναλύσαμε προηγουμένως, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την αλλαγή συστήματος συντεταγμένων
- ▶ Πλέον, αναφερόμαστε σε μετασχηματισμούς θέασης (viewing)
- ▶ Ανάγουν την περιγραφή της σκηνής σε σύστημα συντεταγμένων που προκύπτει από το αρχικά καθορισμένο σύστημα με διαδικασίες στοιχειωδών μετασχηματισμών (χρήσιμη για την παρατήρηση μιας σκηνής από διαφορετικές οπτικές γωνίες)
- ▶ Μετατόπιση συστήματος συντεταγμένων
- ▶ Περιστροφή συστήματος συντεταγμένων
- ▶ **Σημαντικό:** Οι μετασχηματισμοί μοντελοποίησης είναι ισοδύναμοι με τους μετασχηματισμούς θέασης

## Μετατόπιση συστήματος συντεταγμένων

- ▶ Η περιγραφή της σκηνής ως προς το μετατοπισμένο σύστημα συντεταγμένων με αρχή στο σημείο  $x_{tr}, y_{tr}, z_{tr}$  ισοδυναμεί με μετατόπιση όλων των σημείων της σκηνής κατά  $(-x_{tr}, -y_{tr}, -z_{tr})$

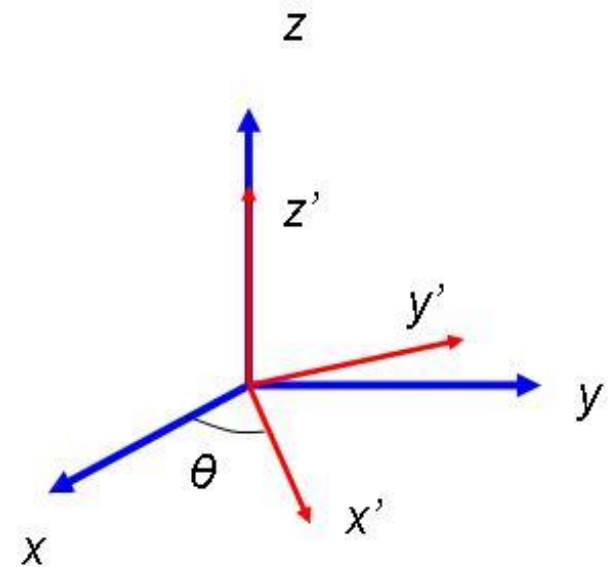
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Περιστροφή συστήματος συντεταγμένων

- ▶ Η περιγραφή της σκηνής ως προς το περιστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων κατά γωνία  $\theta$  ισοδυναμεί με την περιστροφή όλων των σημείων της σκηνής κατά γωνία  $-\theta$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



# Ερωτήσεις

---

- ▶ Ιστοσελίδα μαθήματος (ενεργοποιημένη) :  
<http://support.inf.uth.gr/courses/CE416/>  
<http://eclass.uth.gr/eclass/MHX101/>
- ▶ E-mail λίστα του μαθήματος:  
[ce416@inf-server.inf.uth.gr](mailto:ce416@inf-server.inf.uth.gr)  
...και μέσω eclass...
- ▶ Π. Τσομπανοπούλου, Ε3-12, [yota@uth.gr](mailto:yota@uth.gr)