

# HY416 ΓΡΑΦΙΚΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Σχεδίαση στον ΗΥ

Π. ΤΣΟΜΠΑΝΟΠΟΥΛΟΥ

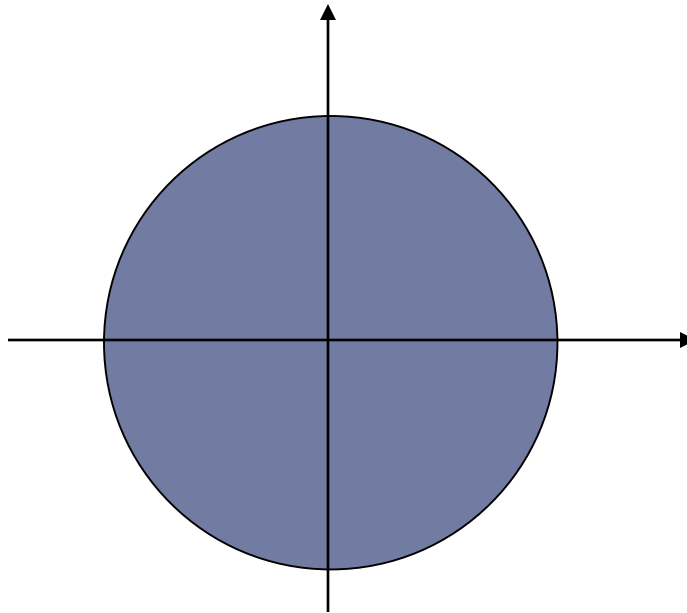
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# Midpoint Algorithm: Κύκλος

---

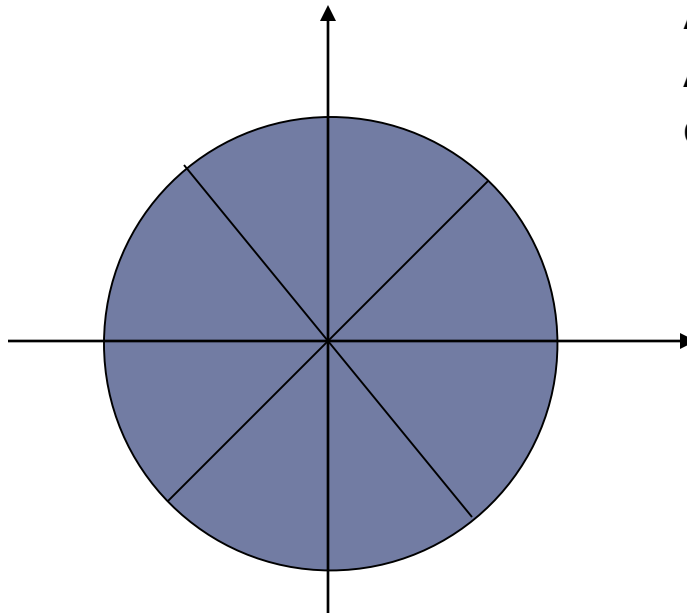
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$$



# Midpoint Algorithm: Κύκλος

---

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$$

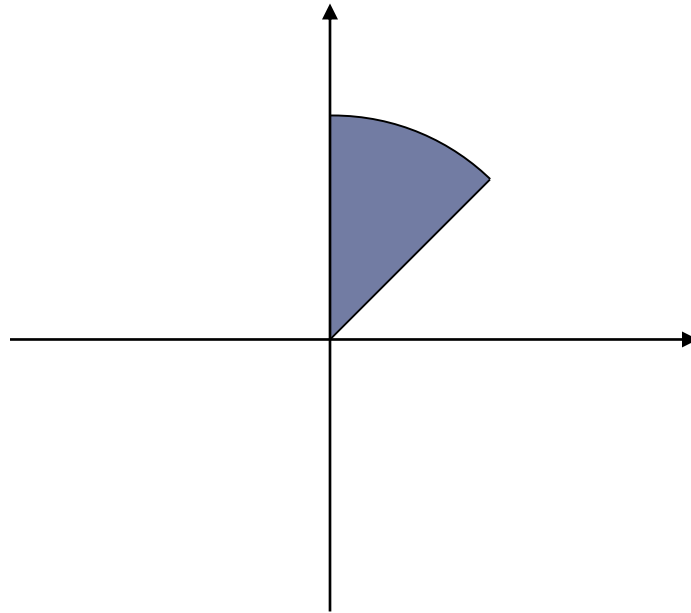


Λόγω 8πλης συμμετρίας:  
Αρκεί να σχεδιάσουμε τον κύκλο  
σε ένα ογδοημόριο!!

# Midpoint Algorithm: Κύκλος

---

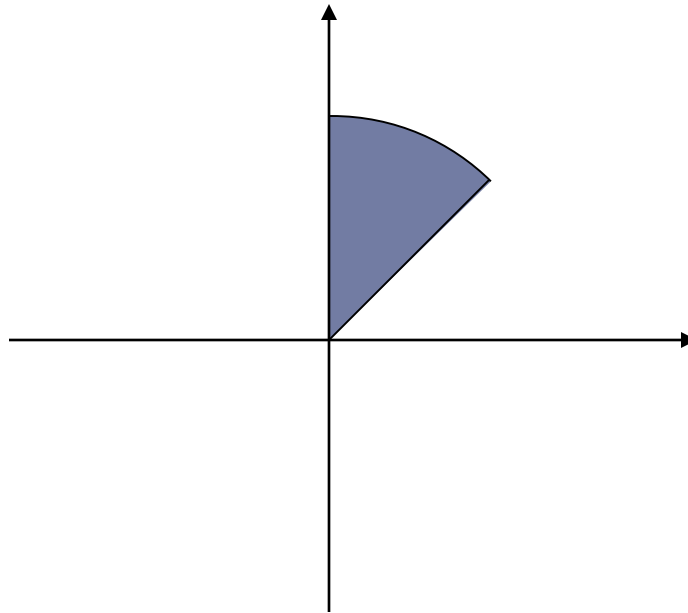
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$$



# Midpoint Algorithm: Κύκλος

---

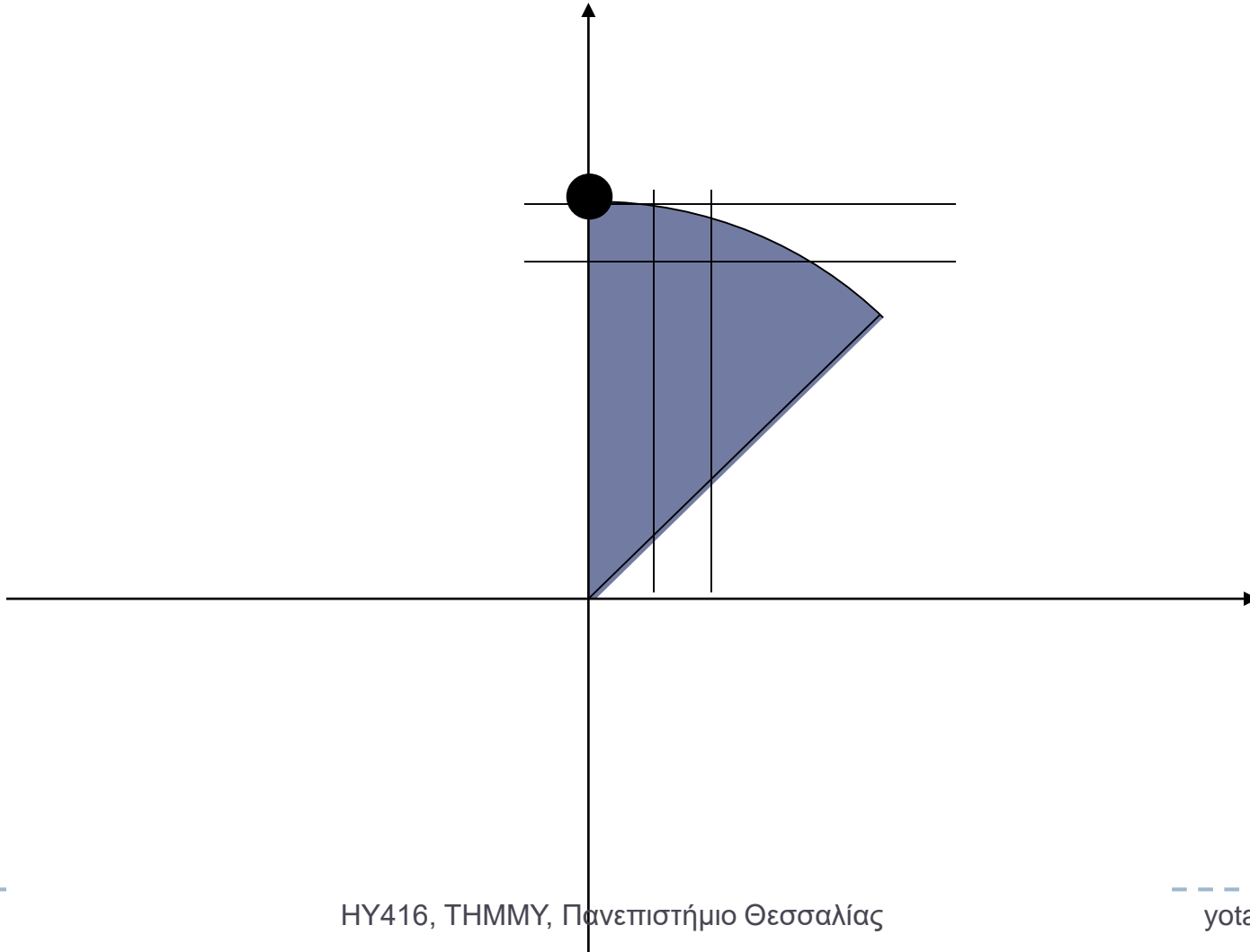
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$$



- Ποιες οι δυνατές λύσεις;
- Ποια η συνάρτηση εκτίμησης;

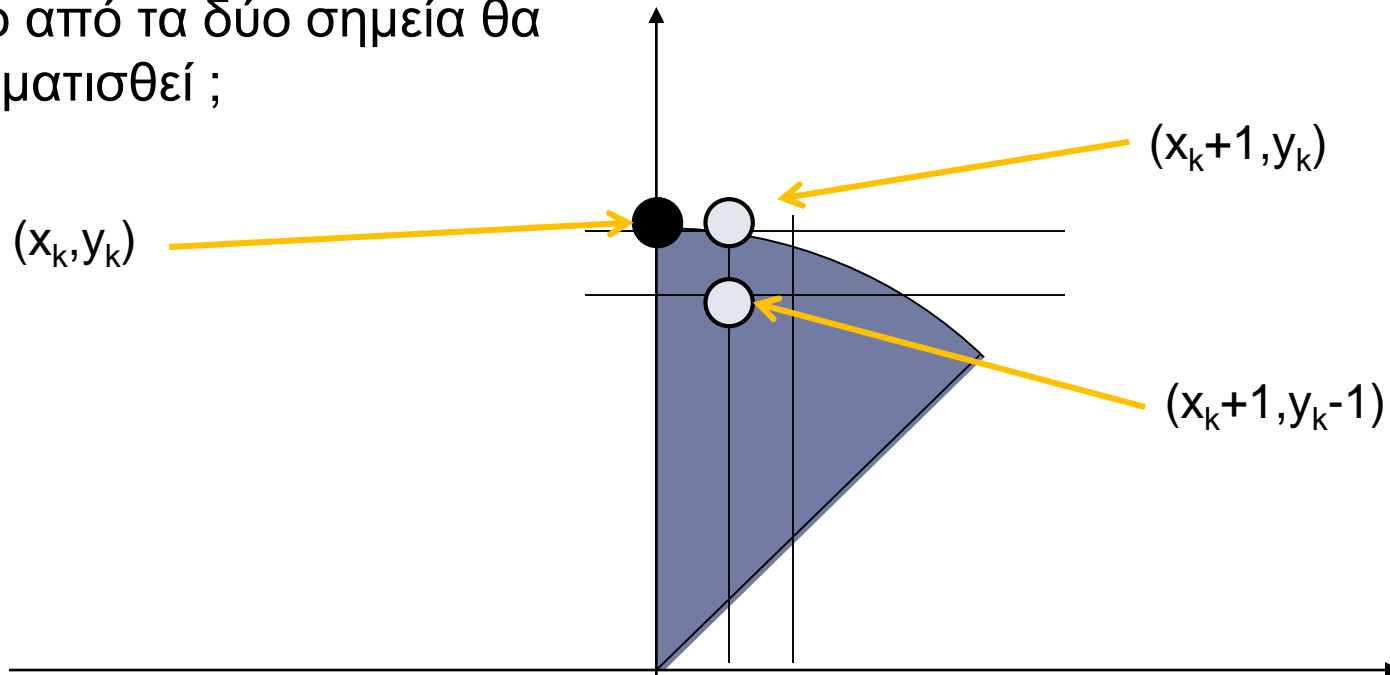
# Midpoint Algorithm: Κύκλος

---



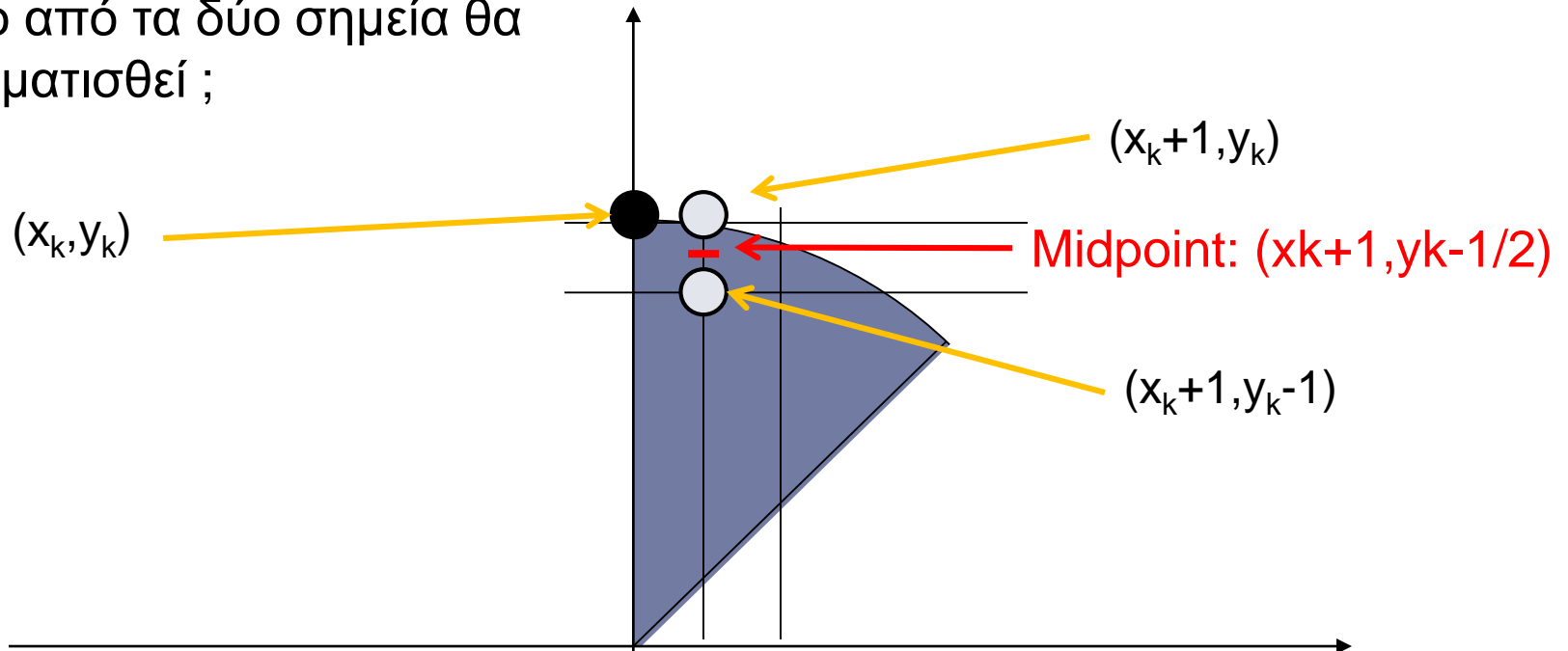
# Midpoint Algorithm: Κύκλος

Ποιο από τα δύο σημεία θα  
χρωματισθεί ;



# Midpoint Algorithm: Κύκλος

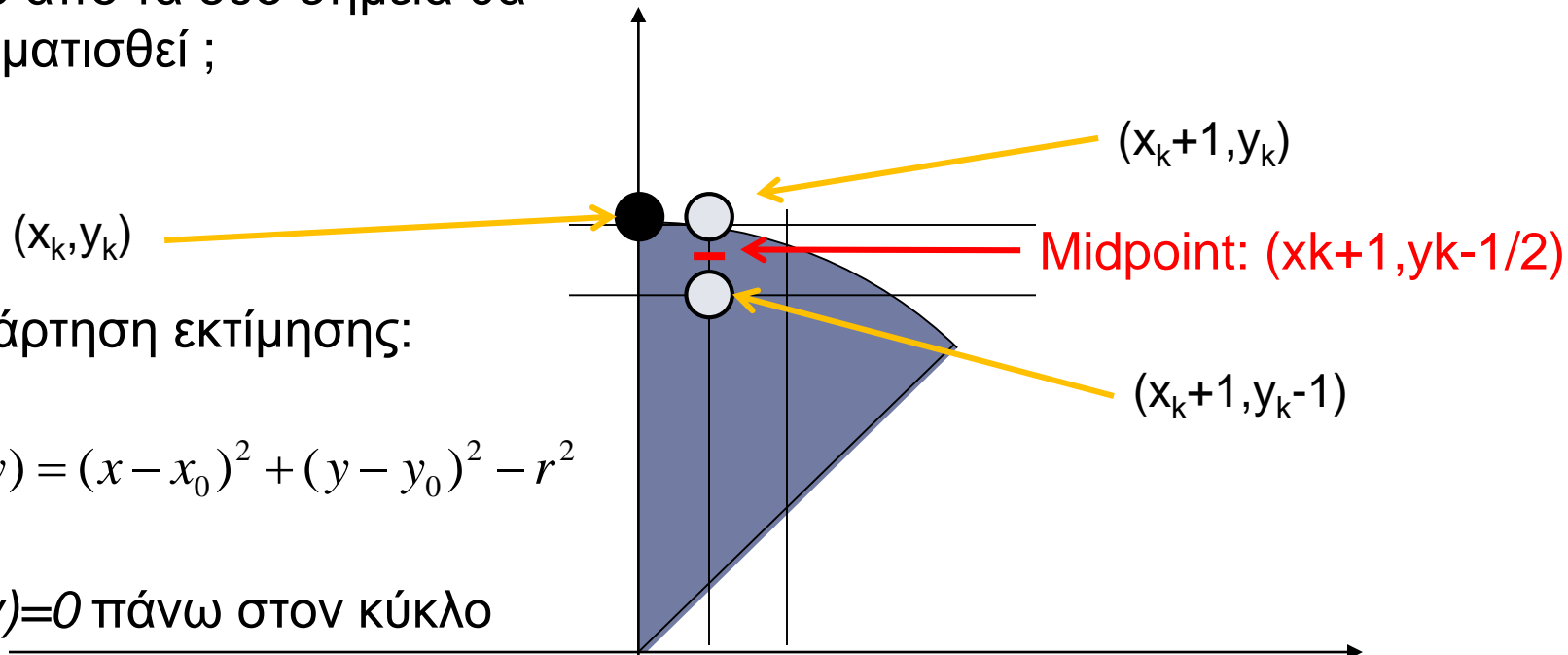
Ποιο από τα δύο σημεία θα χρωματισθεί ;





# Midpoint Algorithm: Κύκλος

Ποιο από τα δύο σημεία θα χρωματισθεί ;



Συνάρτηση εκτίμησης:

$$f(x, y) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2$$

$f(x, y) = 0$  πάνω στον κύκλο

$f(x, y) > 0$  έξω από τον κύκλο

$f(x, y) < 0$  μέσα στον κύκλο

# Αλγόριθμος Bresenham: κύκλος

- ▶ Έστω ότι τι σημείο  $(x_i, y_i)$  χρωματίστηκε. Επόμενο σημείο  $(x_i+1, y_i)$  ή  $(x_i+1, y_i-1)$  ;
- ▶ Μεταβλητή απόφασης:  
$$e_i = d_1 - d_2, \quad d_1 = y_i^2 - y^2, \quad d_2 = y^2 - (y_i - 1)^2$$
- ▶ Αν  $e_i \geq 0$ , χρωματίζεται το σημείο  $(x_i+1, y_i-1)$
- ▶ Διαφορετικά χρωματίζεται το σημείο  $(x_i+1, y_i)$
- ▶ Επειδή για  $x=x_i+1$  ισχύει  $y^2=r^2-(x_i+1)^2$ , έχουμε

$$e_i = y_i^2 - r^2 + (x_i + 1)^2 + (y_i - 1)^2 - r^2 + (x_i + 1)^2 =$$
$$2(x_i + 1)^2 + y_i^2 + (y_i - 1)^2 - 2r^2$$

# Αλγόριθμος Bresenham: κύκλος

## ► Σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών σφαλμάτων

$$\begin{aligned}e_{i+1} &= 2(x_{i+1} + 1)^2 + y_{i+1}^2 + (y_{i+1} - 1)^2 - 2r^2 \\&= 2(x_i + 2)^2 + y_{i+1}^2 + (y_{i+1} - 1)^2 - 2r^2 \\&= 2x_i^2 + 8x_i + 8 + y_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 - 2y_{i+1} + 1 - 2r^2 \\&= 2(x_i + 1)^2 + 4x_i + 6 + 2y_{i+1}^2 - 2y_{i+1} + 1 - 2r^2 \\&= e_i - y_i^2 - y_i^2 + 2y_i - 1 + 4x_i + 6 + 2y_{i+1}^2 - 2y_{i+1} + 1 \\&= e_i + 4x_i + 6 + 2(y_{i+1}^2 - y_i^2) - 2(y_{i+1} - y_i)\end{aligned}$$

## ► Οπότε

$$\begin{aligned}e_i < 0 &\Rightarrow y_{i+1} = y_i \Rightarrow e_{i+1} = e_i + 4(x_i + 1) + 2 \\e_i \geq 0 &\Rightarrow y_{i+1} = y_i - 1 \Rightarrow e_{i+1} = e_i + 4x_i + 6 + 2((y_i - 1)^2 - y_i^2) - 2(y_i - 1 - y_i) \\&\Rightarrow e_{i+1} = e_i + 4(x_i + 1) + 2 - 4(y_i - 1)\end{aligned}$$

# Αλγόριθμος Bresenham: κύκλος

- Θεωρώντας πρώτο σημείο το  $(x,y) = (0,r)$

$$e_i = 2 + r^2 + (r-1)^2 - 2r^2 = 3 - 2r$$

circle (r)

x=0

y=r

e=3-2r

while (x≤y)

draw(x,y) //also all the symmetric points, totally 8

x++

if (e≥0) then

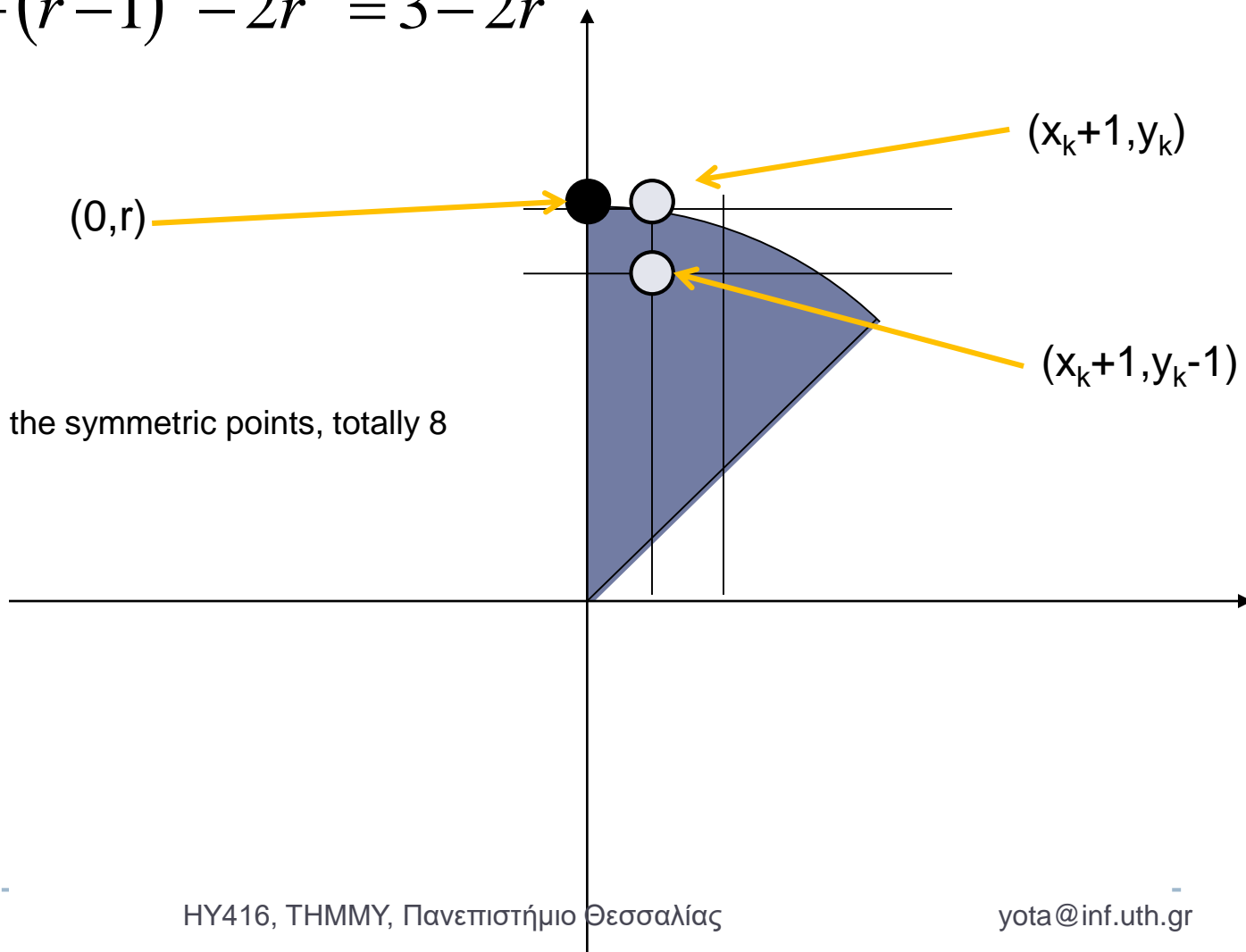
y - -

e = e-4y

end //if

e = e +4x+2

end //while

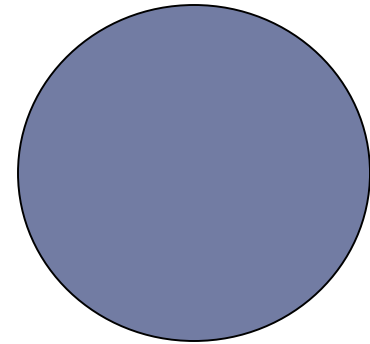


# Κύκλος, Έλλειψη, κλπ.

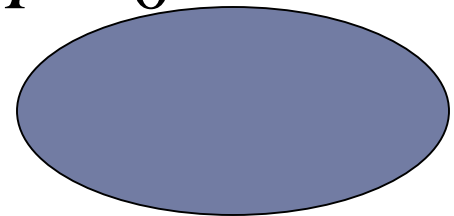
---

- ▶ Έμμεσες μορφές καμπύλων

- κύκλος:  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$



- έλλειψη:  $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$



- ▶ Εξισώσεις με σταδιακή κατασκευή της καμπύλης
- ▶ Αρχική θέση
- ▶ ...βιβλίο...

# Αλγόριθμοι σχεδίασης καμπύλων

---

## ► Ορισμοί καμπύλων

- $y=f(x) \rightarrow h(x,y) = y-f(x)$  (συνάρτηση εκτίμησης/evaluation function)
- $x = x(t), y=y(t)$  (για περιπτώσεις κίνησης)
- $x = x(t), y=y(t)$ , ειδική περίπτωση, πολυώνυμα ως προς  $t$ , χρήση splines. (αργότερα)

# Παράλληλοι αλγόριθμοι

---

## ► Ευθειών

- Αν  $0 < m < 1$ , χωρίζουμε το διάστημα σε τμήματα με  $(x_H - x_L)/p$  pixels.
- Κάθε τμήμα υπολογίζει την αρχική του θέση και εφαρμόζει τον αλγόριθμο (DDA, midpoint/Bresenham)

## ► Κύκλων , ελλείψεων , καμπύλων

# Ερωτήσεις

---

- ▶ Ιστοσελίδα μαθήματος (ενεργοποιημένη) :  
<http://support.inf.uth.gr/courses/CE416/>
- ▶ E-mail λίστα του μαθήματος:  
[ce416@inf-server.inf.uth.gr](mailto:ce416@inf-server.inf.uth.gr)  
...και μέσω eclass...
- ▶ Π. Τσομπανοπούλου, Ε3-12, [yota@uth.gr](mailto:yota@uth.gr)