

## 1<sup>η</sup> ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

**1.** Θεωρήστε ένα κυβελωτό σύστημα, στο οποίο ισχύει το μοντέλο Erlang B. Ο αριθμός των καναλιών στο σύστημα είναι  $C = 50$ . Ο μέσος ρυθμός αφικνυόμενων κλήσεων είναι  $\lambda = 60$  κλήσεις/ώρα και η μέση χρονική διάρκεια των κλήσεων είναι  $H = 40$  λεπτά.

- (α) Να υπολογιστεί η πιθανότητα μπλοκαρίσματος κλήσεων για αυτό το σύστημα.  
(β) Αν η μέγιστη αποδεκτή τιμή για την πιθανότητα μπλοκαρίσματος είναι 0.1 και η μέση χρονική διάρκεια των κλήσεων παραμένει όπως πριν, να υπολογιστεί ο μέγιστος ρυθμός αφικνυόμενων κλήσεων που μπορεί να ανεχθεί το σύστημα.

**2.** Το σήμα που μεταδίδεται από το σταθμό βάσης έχει ισχύ 1 mW σε απόσταση 1m από τον πομπό. Μετά από μετρήσεις, διαπιστώθηκε ότι ο εκθέτης διάδοσης (σταθερά διάδοσης) είναι  $n=3$  σε απόσταση μέχρι και 1km και  $n=4$  σε αποστάσεις μεγαλύτερες από 1km. Για αποδεκτή ποιότητα σήματος, απαιτείται σηματο-θορυβικός λόγος (SNR) τουλάχιστον 15 dB στο δέκτη. Να βρεθεί η μέγιστη ακτίνα του κελιού στις ακόλουθες δύο περιπτώσεις, αν δίνεται ότι η ισχύς του θερμικού θορύβου στο δέκτη είναι -123.2 dB.

- (α) Υπάρχουν μόνο απώλειες ελευθέρου χώρου.  
(β) Υπάρχουν επιπρόσθετα διαλείψεις σκίασης που ακολουθούν λογαριθμο-κανονική κατανομή με διασπορά  $\sigma = 6$  dB. Σε αυτήν την περίπτωση, απαιτείται η παραπάνω τιμή αποδεκτού SNR να ικανοποιείται με πιθανότητα 99%.

**3.** Υποθέτουμε την ύπαρξη ενός απλού μοντέλου δυαδικής (binary) διαμόρφωσης στον πομπό και την ύπαρξη μιας συγχρονισμένης πηγής συγκαταλικής παρεμβολής. Το λαμβανόμενο σήμα στον δέκτη του χρήστη που μας ενδιαφέρει σε κάθε χρονική στιγμή είναι

$$Z = B\sqrt{E_b} + C\sqrt{E_c} + W$$

όπου  $B$  παριστάνει ένα απλό bit του χρήστη που μας ενδιαφέρει και  $C$  παριστάνει ένα bit του παρεμβαλλόμενου χρήστη. Ειδικότερα, τα  $B$ ,  $C$  είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και το καθένα παίρνει τις τιμές +1 ή -1 με πιθανότητα 1/2. Η επίδραση του θορύβου από το κανάλι μοντελοποιείται ως προσθετικός Γκαουσιανός θόρυβος  $W$ , με μηδενική μέση τιμή και διασπορά  $N_0/2$ . Οι όροι  $E_b$  και  $E_c$  παριστάνουν την λαμβανόμενη ενέργεια ανά bit για τον χρήστη που μας ενδιαφέρει και για τον παρεμβαλλόμενο χρήστη αντίστοιχα.

(α) Ο δέκτης εκτιμά το  $B$  ως  $\hat{B}$  αποφασίζοντας ότι  $\hat{B}=1$  αν  $Z > 0$ , διαφορετικά αποφασίζει ότι  $\hat{B}=-1$ . Να υπολογιστεί η πιθανότητα λάθους, δηλαδή η πιθανότητα  $\Pr(\hat{B} \neq B)$  σαν συνάρτηση του λόγου σήματος προς παρεμβολή,  $SIR = E_b / E_c$  και του λόγου σήματος προς θόρυβο  $SNR = E_b / N_0$ .

(β) Να σχεδιαστεί σε MATLAB η πιθανότητα λάθους σα συνάρτηση του  $SNR = E_b / N_0$  για διαφορετικές τιμές του  $SIR$ , και ειδικότερα για  $SIR = \infty, 40\text{dB}, 30\text{dB}, 20\text{dB}, 10\text{dB}, 5\text{dB}, 0\text{dB}$ . Χρησιμοποιείστε λογαριθμική κλίμακα για την πιθανότητα λάθους (κατακόρυφος άξονας) και το  $E_b / N_0$  σε dB. Δίνεται ότι  $E_b / N_0 (\text{dB}) = 10 \log_{10}(E_b / N_0)$ .

(γ) Παρατηρήστε και σχολιάστε τι συμβαίνει για  $N_0 \rightarrow 0$ .

(δ) Για μέτριες έως υψηλές τιμές του  $E_b / N_0$ , η μείωση στην απόδοση λόγω συγκαναλικής παρεμβολής μπορεί να προσεγγιστεί σαν απώλεια στο  $E_b / N_0$ . Να βρεθεί μια σχέση για αυτήν την απώλεια και να σχεδιαστεί η πιθανότητα λάθους σα συνάρτηση του λόγου  $a = E_b / E_c$ .

**4.** Δύο σταθμοί βάσης A και B βρίσκονται πάνω σε ευθεία γραμμή και σε απόσταση  $d=2$  km μεταξύ τους. Ένα κινητό κινείται προς την κατεύθυνση του B με ταχύτητα  $v = 22.2$  m/sec. Για απλότητα στους υπολογισμούς, υποθέτουμε ότι οι διαλείψεις είναι αμελητέες και η λαμβανόμενη ισχύς (σε dBm) σε απόσταση  $d_i$  m από το σταθμό βάσης i δίνεται από τη σχέση

$$P_{r,i}(d_i) = P_0 - 10n \log_{10}(d_i / d_0) \text{ (dBm) για } i = 1,2.$$

όπου  $P_0 = 0$  dBm είναι η λαμβανόμενη ισχύς σε απόσταση  $d_0 = 1$  m και η παράμετρος  $n$  είναι 2.9. Έστω ότι η ελάχιστη λαμβανόμενη ισχύς για αποδεκτή ποιότητα είναι  $P_{r,\min} = -88$  dBm και το κατώφλι ισχύος που σηματοδοτεί την μεταγωγή (handoff) από τον ένα σταθμό βάσης στον άλλο είναι  $P_{r,HO}$ . Θεωρήστε ότι το κινητό για την ώρα είναι συνδεδεμένο στο σταθμό βάσης A και προχωρά προς τον B, ώστε σε κάποιο σημείο θα πραγματοποιηθεί η μεταγωγή. Επίσης, θεωρήστε ότι ο απαιτούμενος χρόνος για να ολοκληρωθεί η μετάβαση αφότου η ισχύς του σήματος φτάσει το επίπεδο  $P_{r,HO}$  είναι  $\Delta t = 4.5$  sec.

(α) Να υπολογιστεί το ελάχιστο απαιτούμενο περιθώριο ισχύος  $\Delta = P_{r,HO} - P_{r,\min}$  το οποίο να εγγυάται ότι κλήσεις δεν χάνονται λόγω ασθενούς σήματος κατά τη διάρκεια της μετάβασης.

(β) Περιγράψτε και σχολιάστε τις επιπτώσεις της τιμής του περιθωρίου ισχύος  $\Delta = P_{r,HO} - P_{r,\min}$  στην απόδοση του συστήματος.

**5.** Θεωρήστε ένα κυκλικό γράφο με 5 κόμβους, 1,2,3,4,5 και ακμές (1,2), (2,3), (3,4), (4,5) και (5,1). Βρείτε ένα πολυχρωματισμό του γράφου, ο οποίος αναθέτει 2,3,5,3,1

χρώματα στους κόμβους 1,2,3,4,5 αντίστοιχα, έτσι ώστε οποιοδήποτε δύο γειτονικοί κόμβοι να μην έχουν το ίδιο χρώμα και να χρησιμοποιείται ο ελάχιστος αριθμός χρωμάτων.

**6.** Θεωρήστε συνολικό φάσμα 20 MHz που διατίθεται για χρήση σε ένα ασύρματο κυψελωτό σύστημα, το οποίο απαιτεί 20 KHz για κάθε κανάλι και ένα προληπτικό εύρος ζώνης 5 KHz μεταξύ διαδοχικών καναλιών. Το σύστημα χρησιμοποιεί μέγεθος cluster  $N=4$  (αριθμός κελιών μέσα στα οποία δεν μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί το ίδιο κανάλι) και η ακτίνα του κάθε κελιού είναι  $R=1$  μίλι.

(α) Υπολογίστε την απόσταση μεταξύ δύο κελιών που χρησιμοποιούν το ίδιο σύνολο καναλιών.

(β) Υπολογίστε τον μέγιστο αριθμό κλήσεων που μπορούν να εξυπηρετηθούν ταυτόχρονα από το σύστημα ανά μονάδα επιφάνειας (τετραγωνικό μίλι).

**7.** Υποθέστε ότι κάθε χρήστης ενός σταθμού βάσης κάνει κατά μέσο όρο 3 κλήσεις ανά ώρα και κάθε κλήση διαρκεί κατά μέσο όρο 5 λεπτά.

(α) Υπολογίστε το φορτίο του κάθε χρήστη σε Erlangs.

(β) Υπολογίστε τον αριθμό των χρηστών που μπορούν να χρησιμοποιούν το σύστημα με πιθανότητα μπλοκαρίσματος 1% όταν διατίθεται ένα μόνο κανάλι στο σύστημα.

(γ) Υπολογίστε τον αριθμό των χρηστών που μπορούν να χρησιμοποιούν το σύστημα με πιθανότητα μπλοκαρίσματος 1% όταν υπάρχουν 5 κανάλια.

(δ) Αν ο αριθμός των χρηστών που υπολογίσατε στο ερώτημα (γ) διπλασιαστεί ξαφνικά, βρείτε ποια είναι η νέα πιθανότητα μπλοκαρίσματος. Εξηγήστε αν αυτή είναι αποδεκτή ή όχι.

**8.** Θεωρήστε ένα γραμμικό κυψελωτό σύστημα, στο οποίο οι  $N$  σταθμοί βάσης βρίσκονται πάνω σε ευθεία γραμμή και οι (κυκλικές) περιοχές κάλυψης δυο διαδοχικών σταθμών δεν επικαλύπτονται. Υποθέστε ότι το κελί  $i$  έχει  $n_i$  χρήστες, καθένας από τους οποίους απαιτεί ένα κανάλι για μετάδοση πληροφορίας. Το ίδιο κανάλι μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί σε δυο κελιά, αν αυτά διαχωρίζονται από 2 κελιά.

(α) Να κατασκευαστεί ο γράφος παρεμβολής που αντιστοιχεί στο σύστημα

(β) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος δυνατός αριθμός καναλιών που απαιτείται στο σύστημα

(γ) Θεωρήστε τώρα ότι υπάρχουν  $n_i$  χρήστες που μπορούν να συνδεθούν μόνο με τον σταθμό βάσης  $i$ , ενώ  $n_{i,i+1}$  άλλοι χρήστες έχουν την δυνατότητα να επιλέξουν μεταξύ των διαδοχικών σταθμών βάσης  $i$  και  $i+1$  αυτών με τον οποίο θα συνδεθούν. Να βρεθούν άνω και κάτω όρια για τον αριθμό των καναλιών που απαιτούνται για να εξυπηρετηθούν οι χρήστες.

(γ) Να απαντηθούν τα ερωτήματα (α),(β),(γ) αν ο χρήστης  $j$  στο κελί  $i$  απαιτεί διαφορετικό αριθμό καναλιών  $c_{ij}$ .

**9.** Θεωρήστε ένα ασύρματο δίκτυο ad-hoc, το οποίο αποτελείται από  $N=20$  κόμβους (χρήστες). Κάθε χρήστης απαιτεί ένα κανάλι. Θεωρήστε ότι μεταξύ χρηστών  $i$  και  $j$  υπάρχει ζεύξη με πιθανότητα  $p$ ,  $0 < p < 1$ .

(α) Με απλή προσομοίωση, κατασκευάστε ένα τέτοιο δίκτυο, το οποίο προφανώς θα έχει τυχαίο αριθμό ζεύξεων μεταξύ τυχαίων ζευγαριών χρηστών.

(β) Σχεδιάστε 3 αλγορίθμους δικής σας έμπνευσης για χρωματισμό του γράφου που αντιστοιχεί στο παραπάνω δίκτυο, δηλαδή για ανάθεση καναλιού σε κάθε χρήστη. Προσομοιώστε τους παραπάνω αλγορίθμους. Κάθε κόμβος δεν πρέπει να χρησιμοποιεί το ίδιο κανάλι με γειτονικό κόμβο (δηλαδή κόμβο με τον οποίο συνδέεται με απευθείας ζεύξη).

(γ) Εκτελέστε τους αλγορίθμους σε 100 τυχαία τέτοια δίκτυα και συγκρίνετε τις επιδόσεις τους όσον αφορά τον μέσο όρο του απαιτούμενου αριθμού χρωμάτων (καναλιών).

**10.** Δύο κινητά  $K1$  και  $K2$  επικοινωνούν αντίστοιχα με δύο σταθμούς βάσης  $B1$  και  $B2$ . Οι δύο σταθμοί βάσης απέχουν μεταξύ τους 5Km. Υποθέστε ότι οι σταθμοί και τα κινητά έχουν ισοτροπικές κεραίες. Θεωρήστε τους διαύλους από τους σταθμούς προς τα κινητά (οι δέκτες στα κινητά). Αγνοήστε το θερμικό θόρυβο στο δέκτη και υποθέστε ότι κάθε κινητό λαμβάνει σήματα από όλους τους σταθμούς βάσης. Υποθέστε ότι η ισχύς σήματος  $P_r$  που λαμβάνεται σε ένα κινητό από κάποιο σταθμό βάσης που εκπέμπει ισχύ  $P$  είναι  $P_r = GP$  όπου  $G$  είναι ο συντελεστής απώλειας ισχύος ο οποίος εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των δύο κόμβων μόνο και είναι  $G = c/d^r$ , όπου  $d$  είναι η απόσταση μεταξύ των κόμβων και  $c$  είναι μία σταθερά. Η λήψη είναι εφικτή όταν ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι  $\geq 14\text{db}$ .

(α) Υποθέστε ότι οι δύο σταθμοί βάσης εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και με την ίδια ισχύ. Περιγράψτε την περιοχή όπου είναι εφικτή η λήψη γύρω από τους σταθμούς βάσης  $B1$  και  $B2$  όταν  $r = 2$  και  $r = 4$ .

(β) Υποθέστε ότι έχουμε 4 σταθμούς  $B1, B2, B3, B4$ , σε ευθεία γραμμή και η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σταθμών είναι 5Km. Περιγράψτε την περιοχή όπου είναι εφικτή η λήψη γύρω από τους σταθμούς βάσης  $B2$  και  $B3$  όταν  $r = 2$  και  $r = 4$ . Κάντε προσεγγίσεις όπου χρειάζονται.

**11.** Δύο κινητά  $K1$  και  $K2$  επικοινωνούν αντίστοιχα με δύο σταθμούς βάσης  $B1$  και  $B2$ . Θεωρήστε τους διαύλους από τους σταθμούς προς τα κινητά (οι δέκτες στα κινητά). Αγνοήστε το θερμικό θόρυβο στο δέκτη και υποθέστε ότι κάθε κινητό λαμβάνει σήματα από τους δύο σταθμούς βάσης μόνο. Υποθέστε ότι η ισχύς σήματος  $P_i^j$  που λαμβάνεται στο κινητό  $i$  από το σταθμό βάσης  $j$  που εκπέμπει ισχύ  $P_j$  είναι  $P_i^j = G_{ji}P_j$ , όπου  $G_{ji}$  είναι ο συντελεστής απώλειας ισχύος από το σημείο  $j$  στο σημείο  $i$ . Η λήψη είναι εφικτή όταν ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι  $\geq T$ . Υποθέστε ότι οι δύο

σταθμοί βάσης εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και με ισχύ  $P_1$  και  $P_2$  αντίστοιχα, τις οποίες μπορούν να μεταβάλουν.

(α) Ποιά είναι η αναγκαία συνθήκη για τις ισχύεις εκπομπής ώστε να έχουμε εφικτή λήψη στο σταθμό 1; Το ίδιο για τον σταθμό 2.

(β) Ποιά είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε να υπάρχουν ισχύεις εκπομπής  $P_1, P_2$ , για τις οποίες η λήψη και στους δύο διαύλους να είναι εφικτή;

(γ) Υποθέστε ότι ο δέκτης κάθε κινητού έχει θερμικό θόρυβο  $N$ . Ποιά είναι σ αυτήν την περίπτωση η αναγκαία συνθήκη ώστε να υπάρχουν ισχύεις εκπομπής  $P_1$  και  $P_2$ , για τις οποίες η λήψη και στους δύο διαύλους να είναι εφικτή;

**12.**  $N$  κινητά  $K_1, \dots, K_N$  επικοινωνούν αντίστοιχα με σταθμούς βάσης  $B_1, \dots, B_N$ . Θεωρήστε τους διαύλους από τους σταθμούς προς τα κινητά (οι δέκτες στα κινητά). Αγνοήστε το θερμικό θόρυβο στο δέκτη και υποθέστε ότι κάθε κινητό λαμβάνει σήματα από όλους τους σταθμούς βάσης. Υποθέστε ότι η ισχύς σήματος  $P_i^j$  που λαμβάνεται στο κινητό  $i$  από το σταθμό βάσης  $j$  που εκπέμπει ισχύ  $P_j$  είναι  $P_i^j = G_{ji} P_j$ , όπου  $G_{ji}$  είναι ο συντελεστής απώλειας ισχύος από το σημείο  $j$  στο σημείο  $i$ . Η λήψη είναι εφικτή όταν ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι  $\geq T$ . Υποθέστε ότι οι σταθμοί βάσης εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και με ισχύ που μπορούν να μεταβάλουν.

(α) Ποιά είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε να υπάρχουν ισχύεις εκπομπής  $P_1, \dots, P_N$ , για τις οποίες η λήψη σ όλους τους διαύλους να είναι εφικτή;

(β) Πως αλλάζει η απάντηση στην παραπάνω ερώτηση αν κάθε δέκτης έχει θερμικό θόρυβο ισχύος  $N$ .

**13.**  $N$  κινητά  $K_1, \dots, K_N$  επικοινωνούν με ένα σταθμό βάσης  $B$ . Θεωρήστε τους διαύλους από τα κινητά προς το σταθμό (οι δέκτες στο σταθμό). Αγνοήστε το θερμικό θόρυβο στο δέκτη. Υποθέστε ότι η ισχύς σήματος  $P_i^o$  που λαμβάνεται στο σταθμό βάσης από το κινητό  $i$  που εκπέμπει ισχύ  $P_i$  είναι  $P_i^o = G_i P_i$ , όπου  $G_i$  είναι ο συντελεστής απώλειας ισχύος από το σημείο  $i$  στο σταθμό. Η λήψη είναι εφικτή όταν ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι  $\geq T$ . Υποθέστε ότι τα κινητά εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και με ισχύ που μπορούν να μεταβάλουν.

(α) Ποιά είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε να υπάρχουν ισχύεις εκπομπής  $P_1, \dots, P_N$ , για τις οποίες η λήψη σ όλους τους διαύλους να είναι εφικτή;

(β) Ποιές είναι οι ισχύεις που επιτυγχάνουν εφικτή λήψη όταν αυτό είναι δυνατόν;

(γ) Ποιός είναι ο μέγιστος αριθμός κινητών που μπορούν να εξυπερετηθούν από τον ίδιο σταθμό βάσης στην ίδια συχνότητα και πως αυτός εξαρτάται από τους συντελεστές απωλειών;

(δ) Πως αλλάζει η απάντηση στις παραπάνω ερωτήσεις αν κάθε δέκτης έχει θερμικό θόρυβο ισχύος  $N$ ;