

ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Διδάσκων: Σ. Σκιαδόπουλος

Άνοιξη 2003

ΑΣΚΗΣΗ 4

Ημερ. Παράδοσης: Εξέταση

Ερώτημα 1

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα γραμμικών περιορισμών που μπορούν να έχουν τις ακόλουθες μορφές:

$$X \leq c, \quad X \geq c, \quad X_1 \neq X_2$$

Τα σύμβολα X, X_1, X_2 είναι μεταβλητές που μπορούν να παίρνουν τιμές από το σύνολο των ακεραίων αριθμών και το σύμβολο c παριστάνει ένα ακέραιο αριθμό.

Συστήματα γραμμικών περιορισμών που έχουν την παραπάνω μορφή μπορούν να επιλυθούν στο σύνολο των ακεραίων αριθμών. Για παράδειγμα, το σύστημα

$$X_1 \leq 7, \quad X_1 \geq 4, \quad X_2 \leq 5, \quad X_2 \geq 0, \quad X_1 \neq X_2$$

είναι επιλύσιμο στο σύνολο των ακεραίων αριθμών. Μια ακέραια λύση του είναι η παρακάτω:

$$X_1 = 5, \quad X_2 = 4.$$

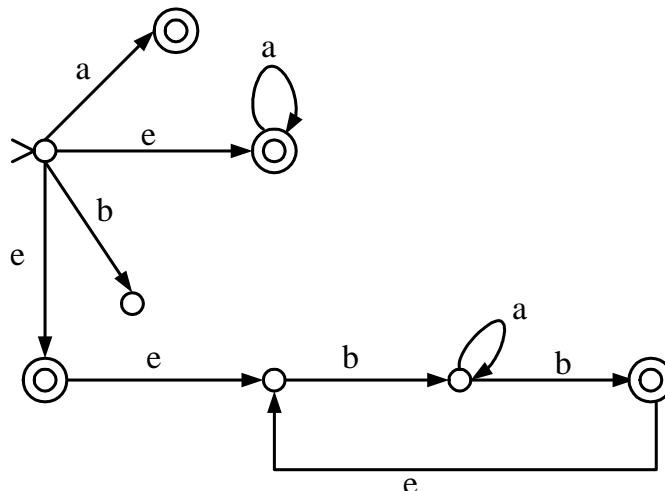
Θεωρήστε τώρα τα ακόλουθα προβλήματα απόφασης:

- ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ: Έστω ένα σύστημα S από γραμμικούς περιορισμούς της παραπάνω μορφής. Έχει το σύστημα S ακέραια λύση;
- ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΣ ΓΡΑΦΟΥ: Έστω ένας μη κατευθυνόμενος γράφος G . Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του G χρησιμοποιώντας 3 διαφορετικά χρώματα έτσι ώστε, αν δυο τυχαίες κορυφές i και j συνδέονται με μια ακμή, τότε η κορυφή i χρωματίζεται διαφορετικά από την j ;

Υποθέτοντας ότι το πρόβλημα ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΣ ΓΡΑΦΟΥ είναι \mathcal{NP} -δύσκολο, αποδείξτε ότι το πρόβλημα ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ είναι \mathcal{NP} -δύσκολο.

Ερώτημα 2

Θεωρήστε το παρακάτω αυτόματο M :



Να δώσετε την απλούστερη κανονική έκφραση που περιγράφει τη γλώσσα που γίνεται δεκτή από το M .

Ερώτημα 3

Θεωρήστε τα παρακάτω σύνολα:

- Το σύνολο όλων των κανονικών γλωσσών REG .
- Το σύνολο όλων των γλωσσών χωρίς συμφραζόμενα CF .
- Το σύνολο όλων των αναδρομικά αριθμήσιμων γλωσσών RE .
- Το σύνολο όλων των αναδρομικών γλωσσών R .
- Το σύνολο όλων των γλωσσών U .

Να συσχετίσετε τα παραπάνω σύνολα με τον ακριβέστερο δυνατό τρόπο, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα \subseteq (υποσύνολο) ή \subset (γνήσιο υποσύνολο). Για κάθε σχέση $S_1 \subset S_2$ στην απάντησή σας, να δώσετε και ένα παράδειγμα στοιχείου του S_2 που δεν είναι στοιχείο του S_1 .